

# Tópicos em Relatividade Geral e Cosmologia

George E. A. Matsas\*

*Instituto de Física Teórica, Universidade Estadual Paulista,*

*Rua Dr. Bento Teobaldo Ferraz, 271 - Bl. II,*

*01140-070, São Paulo, SP, Brazil*

(Dated: July 22, 2009)

## Abstract

Apresentamos, a nível introdutório, alguns efeitos de gravitação clássica e semi-clássica derivados a partir da Teoria da Relatividade e da Teoria de Campos em Espaços Curvos.

PACS numbers: relatividade especial, relatividade geral, cosmologia, gravitação semi-clássica

---

\*Electronic address: [matsas@ift.unesp.br](mailto:matsas@ift.unesp.br)

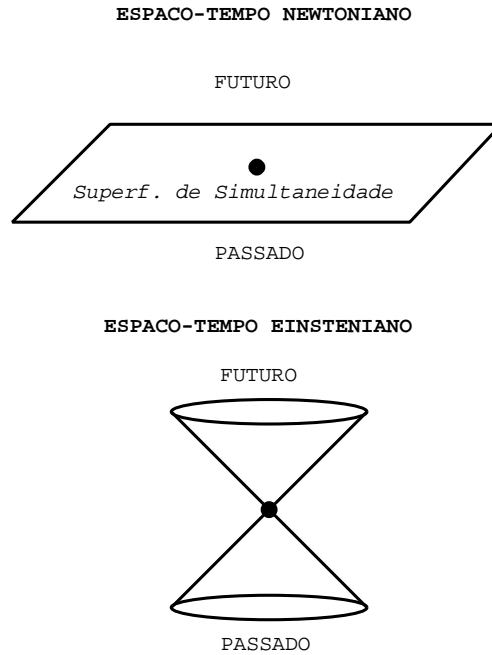
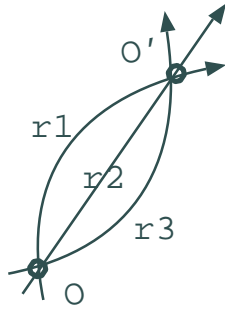


FIG. 1: No paradigma Newtoniano, dado um evento podemos determinar de uma ‘forma absoluta’ quais eventos estão no passado, no futuro ou são simultâneos a ele. Já no paradigma Einsteiniano, dado um evento podemos determinar de uma ‘forma absoluta’ apenas quais eventos estão no passado e no futuro dele.

## I. GRAVITAÇÃO CLÁSSICA

As teorias físicas modernas explicam um largo espectro de experiências naturais envolvendo desde partículas elementares até aglomerados de galáxias. Por mais distintas que sejam as teorias que descrevam o micromundo e o macromundo, nenhuma delas pode prescindir de um par de conceitos comuns a todas elas, a saber: o espaço e o tempo. Tais conceitos nos são tão naturais que por muito tempo jamais se considerou que pudessem não ser “absolutos” em algum sentido. Um dos primeiros a notar que outros espaços além do Euclideo deveriam ser considerados foi Riemann. Com efeito, Riemann chamou a atenção ao fato de que a determinação do espaço em que vivemos é uma questão experimental e não de princípio. Mas seria possível que em alguma parte do universo teoremas de geometria Euclidea, tais como o famoso teorema de Pitágoras que aprendemos a conhecer e amar, não fossem mais válidos? A resposta dada por Einstein em 1915 através da Relatividade Geral foi contundente: *Campos gravitacionais intensos não só modificam o espaço como*

**PARADIGMA NEWTONIANO**



**PARADIGMA EINSTEINIANO**

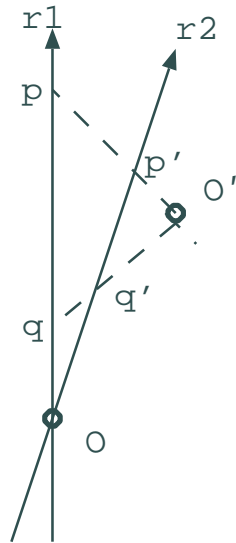


FIG. 2: No paradigma Newtoniano dado dois eventos  $\mathcal{O}$  e  $\mathcal{O}'$  há um intervalo de tempo absoluto entre eles que é medido por quaisquer relógios  $r_1, r_2, r_3, \dots$  que passem por ambos os eventos. Já em relatividade, dados dois eventos  $\mathcal{O}$  e  $\mathcal{O}'$  suficientemente próximos podemos associar um intervalo espaço-temporal absoluto pela fórmula  $\Delta t_{q\mathcal{O}}\Delta t_{\mathcal{O}p}$  onde as linhas cheias representam a trajetória dos relógios  $r_1$  e  $r_2$  e as linhas pontilhadas representam a trajetória de sinais de luz.

*também o tempo.* De fato, a percepção de que os conceitos de espaço e tempo são relativos é um pouco anterior.

Em 1905, quando Einstein formulou aquela que seria chamada de teoria especial da Relatividade, já havia ficado claro que os conceitos de espaço e tempo estão intimamente ligados. Mais tarde, quando em 1915 Einstein formula a teoria geral da Relatividade, ele completa sua obra ao mostrar matematicamente como o conteúdo de energia do Universo determina as propriedades do espaço e do tempo. Note-se que as propriedades locais do espaço-tempo

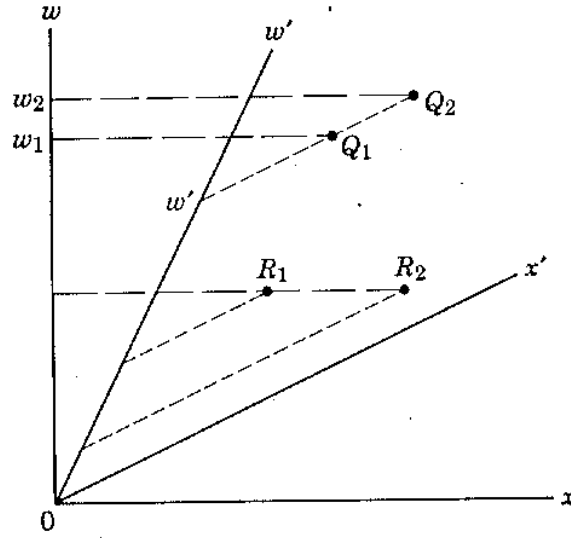


FIG. 3: Diagrama espaço-temporal de dois referenciais inerciais  $S$  e  $S'$ , onde  $S'$  se move na direção  $x$  com respeito a  $S$  com velocidade  $c/2$ , no momento em que a origem de ambos os referenciais coincidem, evidenciando como dois eventos que são simultâneos em um referencial podem não o ser no outro. Aqui  $\{t = w/c, x\}$  e  $\{t' = w'/c, x'\}$  são as coordenadas temporais e espaciais dos referenciais  $S$  e  $S'$  respectivamente. Note que os eventos  $R_1$  e  $R_2$  são simultâneos em  $S$  mas não em  $S'$  e vice-versa para  $Q_1$  e  $Q_2$ .

são completamente determinadas pela sua geometria que, por sua vez, é completamente determinada por um objeto matemático denominado *métrica*. Apenas a título de ilustração, escrevemos as 10 Eqs. de Einstein na seguinte forma compacta:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

onde  $G$  é a constante de gravitação Universal de Newton e  $c$  é a velocidade da luz. O lado esquerdo está associado com a *geometria do espaço-tempo* enquanto que o lado direito está associado com o conteúdo de energia do Universo.

Tanto na visão Newtoniana como na Einsteiniana o espaço-tempo é entendido matematicamente como sendo um conjunto 4-dimensional de pontos munido de certas propriedades extras. É fácil entendermos a dimensionalidade do espaço-tempo uma vez que para discriminarmos *onde* e *quando* um certo evento ocorreu (ou acontecerá) necessitamos de 3+1 coordenadas. De fato, é “apenas” na “relação” entre os pontos do espaço-tempo que am-

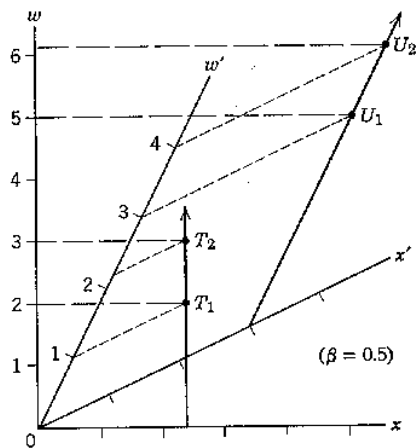


FIG. 4: Diagrama espaço-temporal que mostra como o intervalo de tempo entre dois eventos depende do referencial no qual é medido. O intervalo entre os eventos  $T_1$  e  $T_2$  que vale  $1s$  em  $S$ , vale pouco mais de  $1s$  em  $S'$ ; e vice-versa para os eventos  $U_1$  e  $U_2$ .

bas as visões discordam. Segundo a teoria Newtoniana, a *simultaneidade* seria um conceito absoluto. Assim, fixado, por exemplo, um evento no espaço-tempo todos os observadores concordariam sobre quais seriam os outros eventos simultâneos a ele. Os eventos simultâneos a um dado evento  $\mathcal{O}$  seriam aqueles que não estivessem nem em seu passado nem em seu futuro. Os eventos no passado de  $\mathcal{O}$  seriam aqueles eventos que poderiam influenciá-lo causalmente enquanto que os eventos no futuro de  $\mathcal{O}$  seriam aqueles os quais ele poderia influenciar causalmente. Assim para cada ponto  $\mathcal{O}$  do espaço-tempo poderíamos separar o espaço-tempo em 3 subconjuntos: num cujos pontos pertenceriam ao passado de  $\mathcal{O}$ , num outro cujos pontos pertenceriam ao futuro de  $\mathcal{O}$  e finalmente num cujos pontos seriam simultâneos a  $\mathcal{O}$  (onde estamos assumindo, assim como Newton o fez implicitamente, que o espaço-tempo é *temporalmente orientável*, i.e. nenhum evento pode estar ao mesmo tempo no passado e no futuro de  $\mathcal{O}$ ) [vide Fig.(1)]. Mais do que isso, segundo Newton a *superfície* de simultaneidade daria origem a um espaço 3-dimensional Euclidean que é o espaço onde vale a boa e velha geometria de mesmo nome. Em particular, a distância espacial entre quaisquer 2 eventos seria absoluta no sentido que todos os observadores concordariam sobre ela. É isso que Newton tinha em mente quando afirmou que o tempo e o espaço são absolutos.

Na visão Einsteniana, definimos o futuro e o passado de um certo evento  $\mathcal{O}$  de forma análoga mas as semelhanças acabam aqui. Lançando mão do fato experimental (e assumido por Einstein) de que nenhum sinal pode ser transmitido mais rápido do que a luz, temos que a fronteira entre os eventos causalmente e não causalmente relacionados a  $\mathcal{O}$  é dada pelo assim chamado “cone de luz”. Assim, contrariamente a Newton, aqueles eventos que não pertencem nem ao futuro nem ao passado de  $\mathcal{O}$  formam um subconjunto 4-dimensional (e não 3-dimensional) e não podem ser considerados como mutuamente simultâneos a  $\mathcal{O}$ . Como veremos mais à frente, diferentes observadores definirão como simultâneos a  $\mathcal{O}$  diferentes eventos, ou seja, segundo a Teoria da Relatividade, simultaneidade não é um conceito absoluto.

Em geral, o que procuramos numa teoria física são relações “absolutas” entre as grandezas. Segundo a física Newtoniana, dados dois eventos quaisquer  $\mathcal{O}$  e  $\mathcal{O}'$  poderíamos associar um intervalo de tempo absoluto entre eles. Fisicamente, tal intervalo poderia ser definido medindo-se o lapso de tempo entre os eventos segundo relógios honestos de quaisquer observadores que passassem por ambos os eventos Fig.(2). (Relógios honestos são sistemas oscilatórios idênticos com propriedades físicas, e.g., elasticidade da mola, etc, imutáveis.) Já em relatividade isso é em geral impossível mas quando os eventos estão próximos o suficiente, podemos definir um intervalo espaço-temporal absoluto (i.e. com o qual todos os observadores concordarão) assim como mostrado na Fig.(2). Assim enquanto para Newton o espaço e o tempo são absolutos podemos dizer que para Einstein o que é absoluto é o *uno* espaço-temporal.

Graças a Einstein, nossa visão do palco espaço-temporal onde vivemos foi revolucionada em seus aspectos mais sacrossantos. Como já dissemos, por exemplo, na velha mecânica Newtonian, todos os observadores concordavam sobre quais seriam os eventos simultâneos e não simultâneos enquanto que depois da relatividade, aprendemos que diferentes observadores poderiam discordar quanto ao fato se dois eventos seriam ou não simultâneos. Isso é bem ilustrado na Fig.(3).

Vamos discutir a seguir alguns efeitos relativísticos usando observadores acelerados. O fato de que o tempo perde seu caráter absoluto, por exemplo, pode ser ilustrado pelo assim chamado *paradoxo dos gêmeos*. Sejam dois gêmeos idênticos e suponha que um deles parta numa jornada de ida e volta em uma astronave veloz. Ao retornar, o irmão terráqueo preceberá que está mais velho do que seu irmão astronauta. Isso porque o tempo do irmão

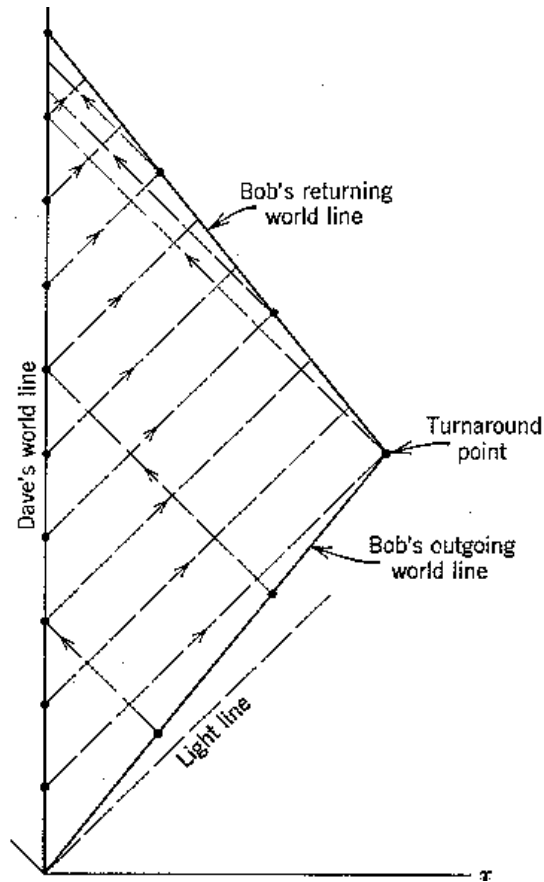


FIG. 5: Diagrama espaço-temporal que ilustra o assim chamado paradoxo dos gêmeos. O paradoxo cessa de existir quando se percebe que o gêmeo astronauta, ao contrário do gêmeo terráqueo, não pode permanecer inercial o tempo todo. No diagrama acima, toda a aceleração está concentrada no ponto de retorno. Com efeito, no momento do reencontro, o gêmeo astronauta estará menos envelhecido que seu irmão terráqueo. A viagem do astronauta que que leva 6 anos em seu relógio, leva 10 anos no relógio do terráqueo. (Note que cada ponto na linha de mundo corresponde a 1 ano no respectivo relógio.)

astronauta terá passado mais lentamente em relação ao medido por seu irmão terráqueo Fig.(4). A patente ausência de simetria entre o *tempo* dos dois gêmeos está diretamente ligada à aceleração a que o gêmeo astronauta esteve necessariamente submetido ao longo de sua jornada Fig.(5). (Note que para retornar ao ponto de partida a nave precisa reverter seus motores!)

Efeitos bizarros associados ao espaço também podem ser observados. Seja um carrossel munido de uma alta velocidade de rotação. Medidas efetuadas por um observador externo ao

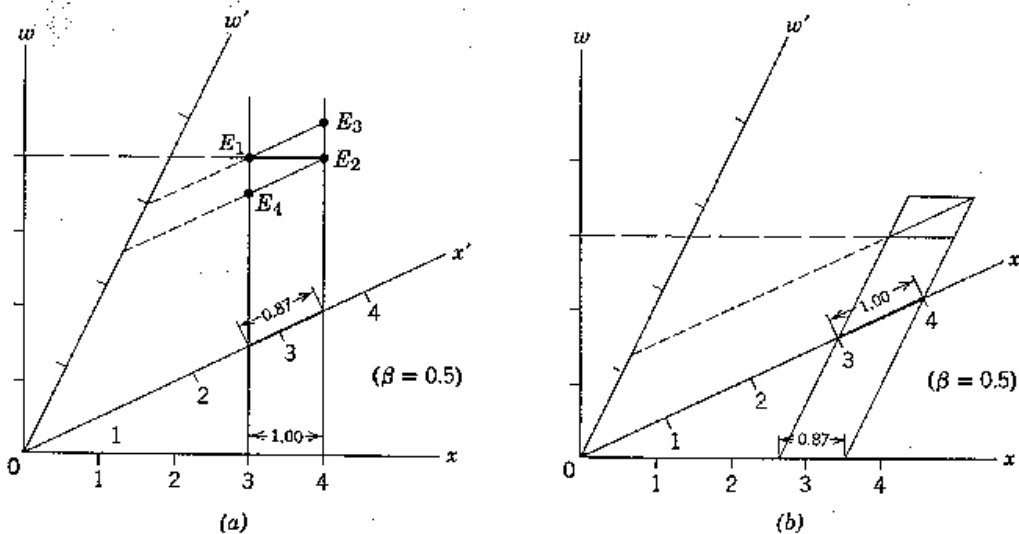


FIG. 6: Assim como intervalos temporais, distâncias espaciais também são relativas ao observador que as medem. O diagrama acima ilustra claramente como régua contraem-se de  $1 - 0.87 = 13\%$  com respeito a observadores que se movem com velocidade  $c/2$  em relação a elas.

carrossel levariam aos conhecidos resultados da geometria Euclideana de que, por exemplo, a razão do perímetro pelo raio vale  $2\pi$ . Já um observador sobre o carrossel, que está submetido, naturalmente, à aceleração centrífuga, mede um valor diferente, a saber,  $2\pi/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ , onde  $v$  é a velocidade de rotação da borda do carrossel Fig.(6).

O fator  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  aparece constantemente em expressões relativísticas e pode ser entendido como uma consequência direta de um dos pilares sobre os quais se baseia a relatividade: *a velocidade da luz é  $c \approx 300.000 \text{ km/s}$  para todos os observadores!* Fig.(7)

Uma outra consequência direta da relatividade é que deixa de existir o conceito de corpo rígido. Chamamos de corpo rígido àqueles objetos com dimensões não desprezíveis e que não se deformam. Não é difícil de se convencer de que não podem haver tais objetos. Seja um longo bastão e suponhamos que um agente empurre sua extremidade anterior para frente. Se o bastão fosse “realmente” rígido, então a extremidade posterior deveria se mover instantaneamente para frente. Mas isso é incompatível com a relatividade que afirma que é impossível transmitir qualquer informação mais rápido do que a luz.

Aproveitando o ensejo, descreveremos a seguir aquilo que denominaremos de efeito Bell. Sejam dois foguetes idênticos postados em fila indiana, inicialmente em repouso num certo referencial inercial e ligados por um fio de seda. Assumamos também que o comprimento do

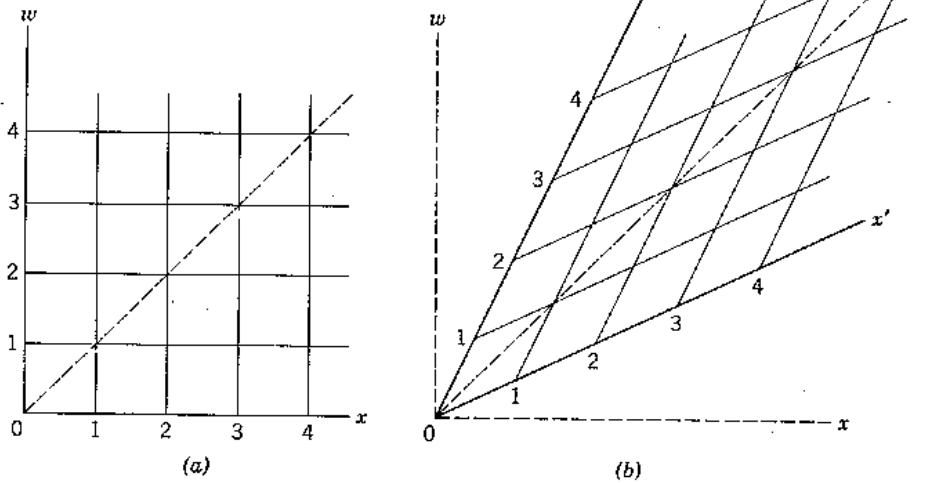


FIG. 7: O diagrama espaço-temporal acima ilustra o fato de que a velocidade (local) da luz assim como medida por diferentes observadores é a mesma. Em ambos os referenciais  $S$  e  $S'$  a velocidade da luz é  $dx/dt = dx'/dt' = c$ .

fio seja bem maior que as dimensões dos foguetes, afim de que possamos tratá-los como pontuais. Digamos que um voluntário também em repouso com os foguetes é postado em algum ponto equidistante entre as duas naves. Ele é instruído, então, a emitir simultâneamente um sinal luminoso para cada um dos foguetes que estão preparados a acionar imediatamente seus motores ao receberem os referidos sinais. Na verdade todo o processo descrito acima e construído apenas para garantir que os dois foguetes partam simultaneamente. Eles então começam a acelerar suavemente. Para o conforto dos possíveis passageiros, fixemos a aceleração em  $a = g = 9.8m/s^2$ . Claramente, como os motores das naves são idênticos, a distância entre os foguetes, assim como medido no referencial inercial de nosso voluntário, se mantém constante ao longo do tempo. A questão que se coloca é: *Há algum bom motivo para crer que o fio de seda deva necessariamente se romper em algum momento?*

Uma condição necessária e suficiente para que o fio não se rompa é que no referencial de repouso do fio ele não sofra extensão. Surpreendentemente, contudo, o fio em seu referencial sofre uma contínua extensão levando inevitavelmente ao seu rompimento Fig.(8). Com efeito, para que o fio não se rompesse, os foguetes deveriam se aproximar à medida que fossem ganhando velocidade  $v$  assim como medido no referencial inercial do voluntário. Não é difícil verificar que para manter o fio intacto, o foguete posterior deveria ter uma aceleração

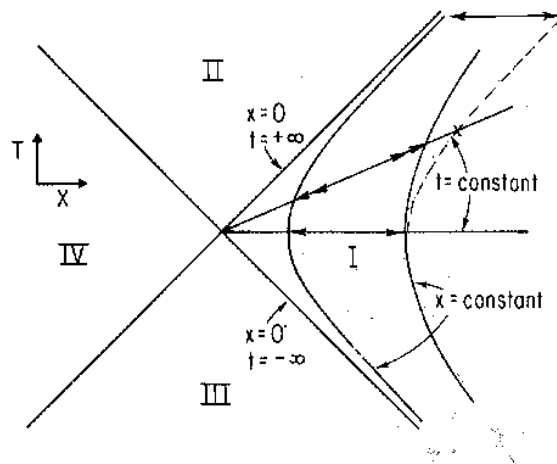


FIG. 8: Segundo observadores uniformemente acelerados, i.e. com aceleração própria constante, a distância entre os foguetes aumenta, ao contrário do que observado por experimentadores inerciais.

própria menor que o anterior de forma que a distância entre eles diminuisse continuamente de um fator  $\sqrt{1 - v^2/c^2}$  assim como medido no referencial do voluntário.

Apesar dos efeitos relativísticos discutidos acima, é próximo de campos gravitacionais intensos que a relatividade se mostra em toda a sua glória. Em 1916, um ano depois de Einstein ter formulado a teoria da Relatividade Geral em sua forma final, K. Schwarzschild, então membro das tropas alemãs que combatiam na primeira guerra mundial, obteve aquela que seria uma das soluções mais importantes das Eqs. de Einstein e que hoje leva seu nome. Tal solução não apenas determina quais são as correções relativísticas à força da gravitação universal de Newton mas também prevê a existência de um objeto celeste inexistente nas teorias clássicas usuais. Seu campo gravitacional seria tão intenso que nem mesmo a luz poderia escapar de seu interior, propriedade esta que levou o eminente físico americano John Wheeler a denominá-lo *buraco negro*.

Ao contrário de estrelas que podem ser caracterizadas por um número muito grande de parâmetros tais como densidade, luminosidade, metalicidade, etc, buracos negros são totalmente caracterizados por sua massa, rotação e carga. O conjunto de teoremas usados para demonstrar tal fato foram denominados de teoremas *no-hair* [1, 2].

Uma característica comum a todos os buracos negros é que existem em seus interiores regiões singulares. Segundo a Relatividade Geral, essas singularidades seriam “abismos”

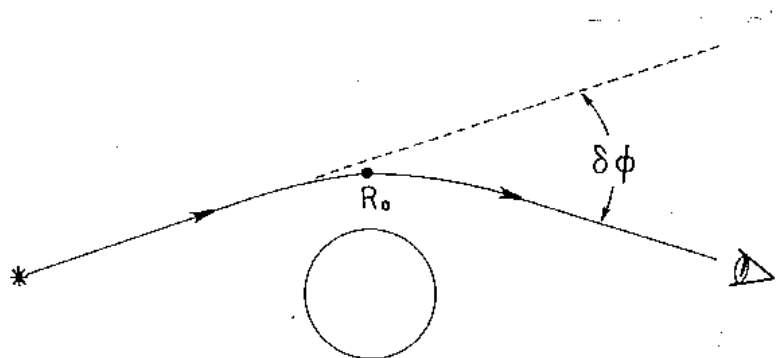


FIG. 9: Imagem de um raio de luz sendo curvado pelo campo gravitacional gerado por uma massa esférica.

onde não haveria nem espaço nem tempo. A maior parte dos físicos, incluindo eu mesmo, acreditam que tais singularidades apenas aparecem porque a Relatividade Geral seria incapaz de descrever situações extremas envolvendo densidades de matéria da ordem ou maiores que  $10^{94}$  g/cm<sup>3</sup>. Uma teoria de gravitação que leve corretamente em consideração efeitos quânticos deverá revelar-nos no futuro qual a verdadeira física em tais regiões. Voltaremos a este ponto mais adiante. Por hora, devemos ver tais singularidades como regiões que concentrariam toda a energia do buraco negro.

As singularidades dos buracos negros são “protegidas”, de nossos olhares curiosos, por uma fronteira espaço-temporal denominada horizonte de eventos. Basicamente o horizonte de eventos separa o interior do exterior do buraco negro. Segundo a teoria clássica, nada(!) nem mesmo a luz conseguiria escapar de seu interior. Assim, para escrutinar o interior de um buraco nos são legadas apenas duas opções: A primeira é mergulhar dentro do horizonte de eventos numa viagem apenas de ida(!) e a segunda é perguntar para nossas teorias que tipo de fenômeno físico deveríamos esperar encontrar em seu interior. (O ministério da saúde adverte: Mergulhar em buracos negros pode ser prejudicial à saúde.)

Antes de analisarmos o interior de um buraco negro, vamos investigar que efeitos devemos observar em sua vizinhança externa. Sabemos que corpos celestes descrevendo órbitas ligadas sob a influência da força gravitacional de Newton percorrem elipses fechadas. Segundo a

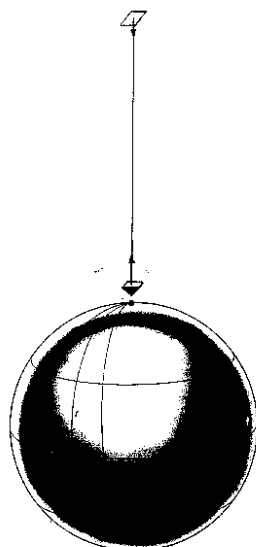


FIG. 10: A relatividade geral prevê que as tensões nas extremidades da corda (supostamente ideal) são distintas.

Relatividade, contudo, tais elipses são distorcidas levando a um movimento de precessão do periélio. Chamamos de periélio ao ponto da trajetória mais próximo do centro de massa do sistema binário.

Mas não é apenas a trajetória de corpos celestes que é corrigida por fatores relativísticos. Raios de luz também são distorcidos em relação ao que é previsto pela teoria Newtoniana. Segundo a Relatividade Geral, raios de luz são curvados pelo campo gravitacional com um ângulo de deflexão bem diferente do previsto pela teoria corpuscular de Newton Fig.(9). Apesar de interessantes, outros efeitos evidenciam de forma mais contundente a dilatação temporal prevista pela Relatividade. Seja, por exemplo, um foguete estacionado a uma certa distância do buraco negro e suponhamos que um relógio seja içado através de uma corda *ideal* a partir da nave até suas proximidades. A primeira coisa que se notaria é que a tensão na extremidade da corda presa ao relógio é maior do que aquela na extremidade presa à nave. Em particular se levassemos o relógio até o horizonte de eventos, a tensão sobre a corda seria infinita e ela necessariamente romper-se-ia próximo ao relógio. Para evitar que nosso experimento seja prejudicado por isso, devemos manter o relógio a uma distância segura longe do horizonte de eventos. Tomado este cuidado, comparamos o *tic-tac* de um

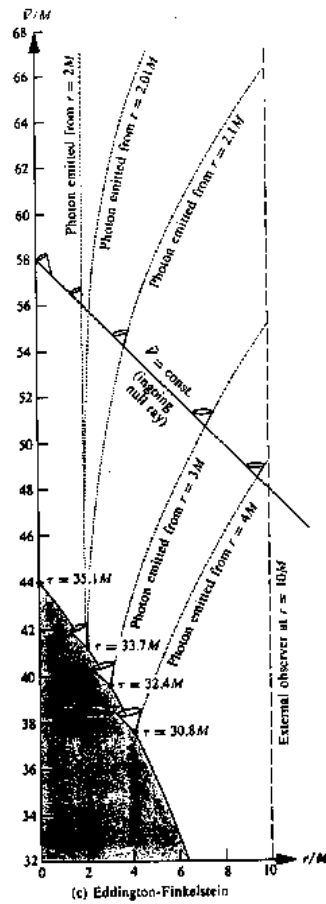


Fig. 9

FIG. 11: Diagrama espaço-temporal expressando o colapso de uma estrela sem rotação com formação de um buraco negro. Os cones de luz são tão mais distorcidos quanto mais próximos do buraco estiverem. Dentro do horizonte os cones estão tão distorcidos que nem mesmo a luz pode escapar. Para um observador a certa distância da estrela, a imagem de sua superfície parecerá congelar e esmaecer cada vez mais à medida que ela se aproximar do horizonte de eventos, até que desaparecerá completamente. Isto porque os fótons emitidos na direção contrária ao buraco levarão cada vez mais tempo para alcançarem o observador externo. Além disso, e também como consequência da gravitação, o espectro da luz emitida pela estrela sofrerá um desvio para o vermelho. Isso pode ser visto como uma consequência do fato que a luz tem de ceder energia para escapar do campo do buraco.

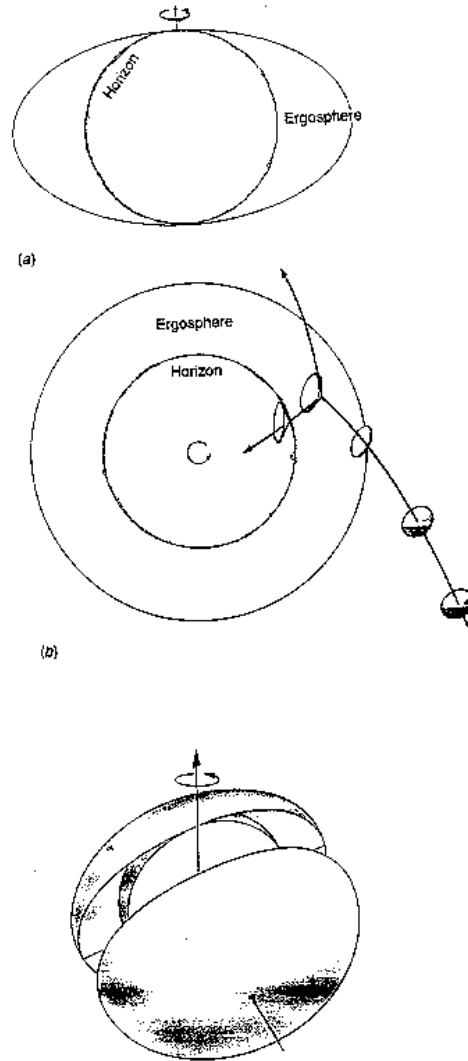


FIG. 12: Esquema lateral, superior e tridimensional da região espacial externa de um buraco negro com rotação. Uma das maiores diferenças entre um buraco com rotação e outro sem rotação, é que ao contrário deste último, buracos com rotação possuem uma região externa denominada ergosfera. Foguetes que adentram esta região ainda podem escapar do buraco se tiverem motores suficientemente fortes, mas jamais espiralarem na direção oposta à rotação do buraco. Um buraco negro com rotação gera um verdadeiro redemoinho espaço-temporal que acaba se tornando irresistível na ergosfera.



Fig.(11). Apesar disso, a sonda continuaria sua jornada mergulhando dentro do buraco tendo como destino final... bem, voltaremos a falar sobre seu destino mais a frente.

Nossas observações acima são comuns a todos os buracos negros, tenham eles rotação ou não. No que segue, estaremos considerando o caso de buracos negros com rotação pois é aí que aparecem os efeitos mais fantásticos. Buracos negros com rotação possuem uma região envolvendo externamente o horizonte de eventos denominada *ergosfera* Fig.(12). Ao entrar na ergosfera, uma nave *necessariamente* espiralaria na direção de rotação do buraco. É como se nessa região houvesse um redemoinho espaço-temporal irresistível que nada, nem mesmo a luz, pudesse desafiar Fig.(13). Apesar disso, a sonda ainda poderia escapar do buraco se seus motores fossem potentes o suficiente. Falta de energia para tal não seria problema. O físico e matemático britânico Roger Penrose mostrou no final da década de 60 como extrair parte da energia de um buraco em rotação [3]. Com efeito, uma vez parado, nenhuma outra energia poderia ser extraída *classicamente* dele. A máxima energia que pode ser extraída de um buraco negro com rotação é:

$$(M - M_{irr})c^2 \tag{2}$$

onde

$$M_{irr} = \sqrt{M^2/2 + \sqrt{M^4/4 - J^2/4}} \tag{3}$$

é a massa irreduzível do buraco.

Mas o que podemos dizer sobre a estrutura interna dos buracos negros? Como dissemos, buracos negros são caracterizados por sua massa, carga elétrica e momento angular. A solução das Eqs. de Einstein que descrevem a região externa a estes buracos negros é chamada de Kerr-Newmann e no caso particular em que a carga elétrica é nula, a chamamos de solução de Kerr. Apesar de não ser obrigatório, podemos levar a sério estas soluções na região interna ao buraco também. Se o fizermos, então ao passar pelo horizonte de eventos e penetrar no buraco, a jornada de nossa sonda passaria a ser bem perigosa pois, em princípio, apenas uma navegação cuidadosa poderia levá-la a desviar da singularidade em forma de anel que há em seu interior e escapar assim da completa aniquilação. Neste caso ela poderia alcançar o que denominamos de buraco branco e entrar num novo universo. Buracos brancos podem ser vistos como anti-buracos negros: *buracos brancos expõem para o exterior tudo que neles adentram*. Com efeito, uma vez dentro do buraco negro, essa seria

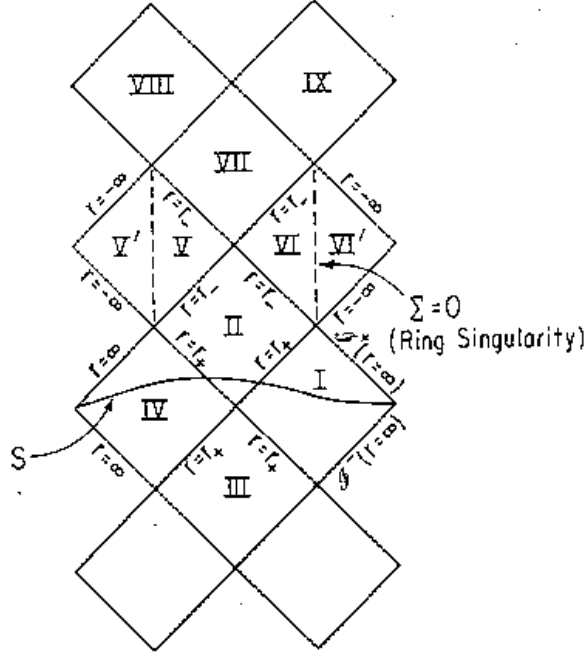


FIG. 14: O assim chamado diagrama de Penrose de um buraco negro com rotação. A seção espaço-temporal externa ao buraco em nosso universo é representado pelo losango *I*. Grosseiramente falando, para termos acesso a partir de *I* às seções espaço-temporais representadas por *II, V, V', VI, VI', ...*, seria necessário que entrássemos no buraco. Contudo isso pode ser muito perigoso uma vez que qualquer descuido de navegação levaria à nossa própria destruição na singularidade. A seção *IV* está causalmente desconectada de *I*, enquanto que a seção *III* não pode ser alcançada a partir de *I* apesar de que a seção *I* pode ser alcançada a partir de *III*. Infelizmente uma investigação mais detalhada sugere que tal encadeamento de seções é instável, i.e., até mesmo um fóton que tentasse “navegar” pelo interior do buraco e sair por um buraco branco em outra região parecida com a nossa, colapsaria o espaço-tempo fechando a passagem e acabaria numa singularidade muito parecida com a que encontramos no interior de buracos negros estáticos.

a única chance da sonda não ser destruída Fig.(14). (Infelizmente como veremos mais à frente esta possibilidade não deve se realizar na natureza.)

O parágrafo acima aponta para aquela que certamente é a maior diferença entre a estrutura interna de buracos negros com e sem rotação. Enquanto que o interior de buracos negros sem rotação é dominado por uma singularidade que invariavelmente atrai e destrói tudo que adentra ao buraco Fig.(11), o interior de buracos negros com rotação admitiria

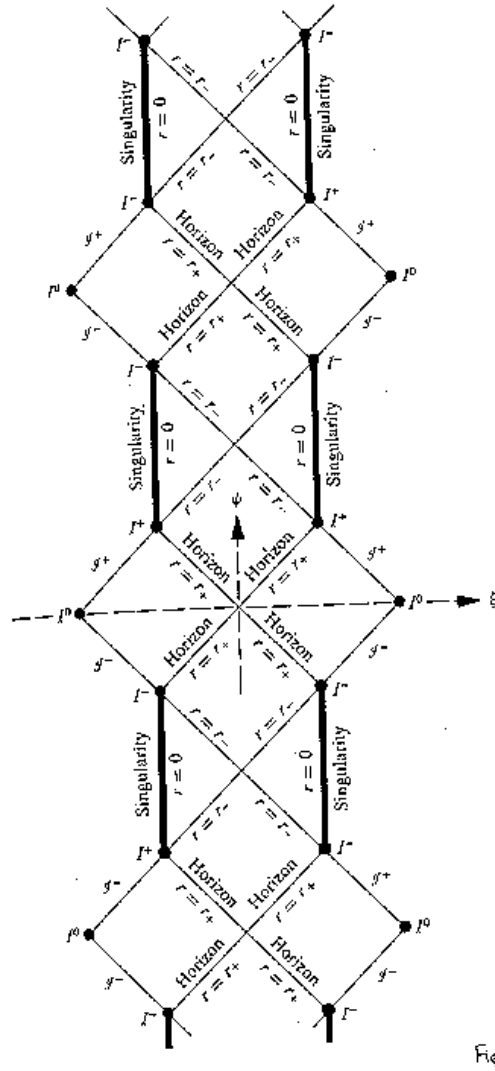


FIG. 15: Diagrama de Penrose de um buraco negro com carga elétrica. A interpretação é bastante parecida daquela feita para buracos negros com rotação. A grande diferença diz respeito à estrutura da singularidade.

uma singularidade em forma de anel que poderia, em princípio, ser evitada. Com efeito, segundo a Relatividade Geral, seria possível que houvesse um encadeamento de universos com portais de entrada, que seriam buracos negros, e de saída, que seriam buracos brancos. Neste jogo, teríamos a escolha de passar ou não por tais portais, mas jamais o de entrar num buraco negro e voltar ao universo de partida Fig.(15).

Contudo, como já antecipamos, há um problema com tais passagens que ligariam buracos negros a buracos brancos. Há bons motivos teóricos para se acreditar que estas passagens

são instáveis. Neste caso, se criadas, elas teriam se selado durante a própria formação do buraco negro. Assim, no frigar dos ovos, as regiões internas de buracos negros com ou sem rotação (e carga elétrica) tem estruturas causais semelhantes, i.e., tudo o que é engolido por um buraco negro deve acabar esmagado na singularidade.

Bem, creio que basta de falarmos de buracos negros. Desviaremos nossas atenções agora para algo, senão mais fantástico, ao menos mais grandioso; com efeito, muito mais grandioso: a origem e destino de nosso Universo.

A Relatividade Geral é sobretudo uma teoria de gravitação e portanto o escopo adequado para se estudar o Universo em larga escala. Ao contrário do que poderia nos parecer a princípio, o firmamento não jaz estático pela eternidade afora. Esse pré-conceito permeou com tamanha intensidade a humanidade que não há religião que deixe de localizar suas divindades supremas no que parecia ser *o imutável reino dos céus*. Mesmo Einstein, ao notar que suas equações originais não admitiam a possibilidade de que o Universo fosse eterno e estático, não teve dúvidas e acrescentou a elas um termo, mais tarde denominado constante cosmológica, apenas para mudar esta situação.

Menos de vinte anos mais tarde, contudo, um astrônomo americano denominado E. Hubble verificou que as galáxias estão, em sua grande maioria, se afastando umas das outras e que quanto mais distantes estão duas galáxias, mais rápido elas se afastam Fig.(16). Tais observações funcionaram como um alerta para que Einstein eliminasse a constante cosmológica de suas equações e admitisse que o Universo está em expansão. Desde então todas nossas antigas concepções sobre o Universo tiveram que ser revistas.

O tempo e o espaço, como os concebemos, surgiram há uns 13 bilhões de anos. Chamamos a esse evento de Big Bang. Nesta época tudo o que havia era uma sopa cósmica constituída de partículas elementares a temperaturas inimagináveis. A partir daí o Universo começa a se expandir e conseqüentemente a se esfriar. Aproximadamente três minutos depois do Big Bang, o Universo resfria o suficiente para permitir que prótons e neutrons comecem a se ligar levando à síntese de núcleos de  $H_2$ , He e traços de alguns outros mais pesados como o Li. Observações recentes indicam que 25% da matéria vizível do Universo é formado de He, assim como predito pelo modelo cosmológico padrão, constituindo-se em uma das grandes evidências da teoria do Big Bang.

Depois da síntese dos elementos leves, o próximo grande evento acontece apenas aproximadamente 380.000 anos mais tarde quando o Universo está frio o suficiente para permitir

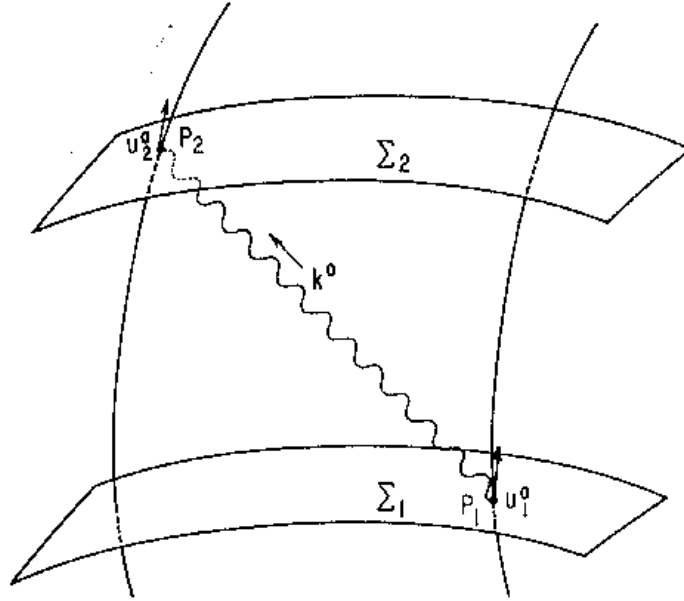


FIG. 16: Deslocamento para o vermelho, devido à expansão do Universo, do espectro da luz emitida por galáxias distantes assim como medido na Terra.

que os elétrons, até então livres, sejam capturados pelos núcleos formados na nucleossíntese. Formam-se assim os primeiros átomos neutros de H, He, etc. Esse evento, denominado *recombinação*, permitiu que os fótons, que antes eram continuamente espalhados pelos elétrons e núcleos, passassem a evoluir indefinidamente.

Com efeito, em 1964 Penzias e Wilson notaram que a moderna antena de comunicação que haviam construído apresentava um ruído de fundo no sinal que resistia a toda tentativa no sentido de eliminá-lo. Não demorou muito para que se descobrisse que o que estavam detetando não era um defeito no aparelho, mas os fótons que passaram a viajar livremente a partir do período da recombinação. Graças a isso, que veio a reforçar a teoria do Big Bang e rendeu o Nobel a Penzias e Wilson, sabemos que o espaço intergalático está atualmente permeado de radiação a uma temperatura de aproximadamente  $-270^{\circ}C$ . O fato de tal radiação ser muito isotrópica, i.e. ser a mesma não importa para que parte do céu se observe, é uma indicação que no início o Universo era extremamente homogêneo. De fato foi apenas no início da década de 90 que se conseguiu medir qual a ordem de grandeza da inomogeneidade do Universo quando este tinha apenas uns 380.000 anos, a saber, 1 parte em  $10^5$  partes. Foi o aumento contínuo dessas, inicialmente pequenas, concentrações de matéria que acabou dando origem às galáxias que observamos hoje.

A grande questão presente da cosmologia é: *Sabemos bastante sobre o passado, mas o que esperar do futuro?* Há duas possibilidades para o destino final do Universo: ou ele continua a se expandir eternamente ou ele expande até um ponto máximo e depois colapsa dando origem a uma singularidade semelhante à que deu origem ao Big Bang. O caminho que nosso Universo seguirá dependerá do conteúdo de energia do universo. Observações da matéria visível indicam que o universo possui uma densidade de energia abaixo da necessária para levar o Universo ao recolapso. Contudo, observações complementares indicam que a maior parte do Universo é constituído de matéria não visível. Neste momento, as medidas sugerem que o universo é formado de aproximadamente 5% de matéria bariônica (sobretudo de H, He e traços de elementos mais pesados da tabela periódica), 22% de matéria escura e 73% de energia escura (que possui pressão negativa e seria responsável pela aceleração do universo; algo completamente inesperado). Se isso se confirmar, o Universo se expandiria para sempre mas surpresas podem aparecer. Esperamos que a próxima década traga a resposta a esse dilema; talvez o maior dilema da cosmologia atual.

## II. GRAVITAÇÃO SEMI-CLÁSSICA

A Relatividade Geral é uma teoria clássica, i.e., não incorpora ingredientes quânticos. A Mecânica Quântica desenvolveu-se paralelamente à Relatividade a partir do início do século. Se a teoria de Einstein é a teoria da relatividade, a Mecânica Quântica é a “teoria da incerteza”. Com este epíteto queremos dizer que ao contrário das teorias clássicas, a teoria quântica nos ensina que é impossível conhecer com infinita precisão o comportamento futuro de um sistema por melhor que conheçamos suas condições iniciais. Por exemplo, se quisermos conhecer com infinita precisão qual a posição de uma partícula, perderemos toda a informação sobre sua velocidade, e vice-versa.

A teoria quântica descreve muito acuradamente o micromundo, i.e. a física das partículas elementares. Contudo, a natureza é uma só e não podemos separar em compartimentos estanques as teorias que descrevem o micromundo das teorias que descrevem o macromundo. É necessário que os princípios que regem todas as teorias, sejam elas usadas para explicar o micromundo ou o macromundo, sejam compatíveis. Assim, há meio século que procuramos por uma teoria que compatibilize a teoria da Relatividade Geral com os princípios quânticos.

Estamos, em minha opinião, ainda longe de formular uma teoria completa e consistente

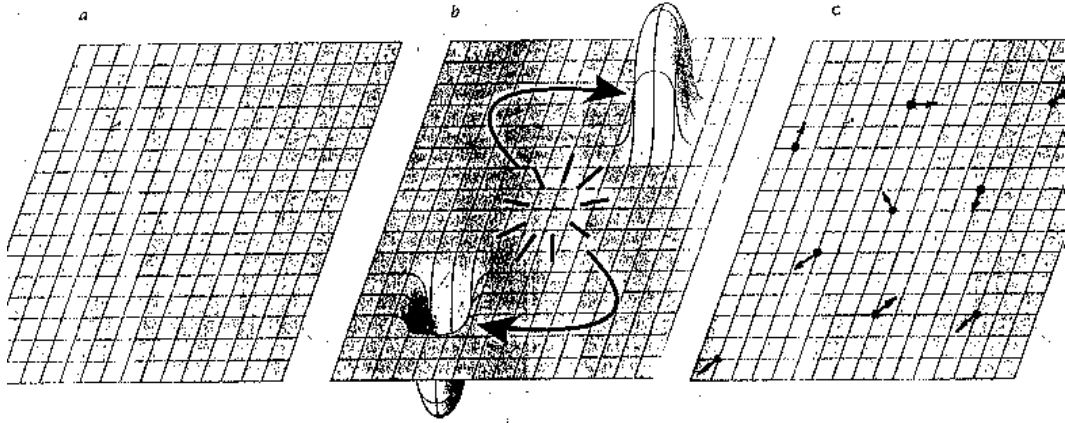


FIG. 17: Criação de partículas elementares reais a partir de flutuações quânticas devido a perturbações no campo gravitacional.

de gravitação quântica, mas já temos bons indícios de que tipo de efeitos podemos esperar. Isso se deve, em parte, à assim chamada formulação semi-clássica da gravitação, também denominada de *teoria de campos em espaços-tempos curvos*.

Denominaremos aqui de *campo* a objetos matemáticos definidos em cada ponto do espaço-tempo. Por exemplo, podemos falar do campo de temperaturas de um certo sistema termodinâmico se em cada instante temporal associarmos um certo valor  $T$  a cada ponto espacial  $\mathcal{P}$ . Outro exemplo é o campo eletromagnético.

O campo eletromagnético, por ser de longo alcance, possui, assim como a gravitação, uma formulação clássica. As equações que descrevem classicamente o campo eletromagnético são as equações de Maxwell. Contudo, ao contrário da gravitação, a quantização do campo eletromagnético é relativamente fácil. Em sua formulação quântica, ondas eletromagnéticas acabam sendo interpretadas em termos de *fótons*, que fazem o papel de “partículas de luz”.

Uma das previsões mais interessantes feitas pela *Teoria Quântica de Campos* é a de que há criação de pares de partículas, elétron-pósitron, em regiões com campo elétrico intenso. O pósitron é também chamado de anti-elétron pois possui a mesma massa do elétron mas demais números quânticos invertidos, i.e. carga  $e$  positiva, número leptônico  $+1$  positivo, etc. A energia necessária para a criação dessas partículas provêm do campo eletromagnético. Com o efeito acima em mente, é natural argüir-se se um fenômeno análogo não poderia

acontecer em campos gravitacionais intensos Fig.(17). Em caso afirmativo, quíça parte da matéria do Universo pudesse ter sido gerada pouco depois do Big Bang a partir do fabuloso campo gravitacional primordial. Foram motivações como essa que levou L. Parker a estender nos fins dos anos 60 o conhecido formalismo de Teoria de Campos em espaço de Minkowski para espaços-tempos curvos. O espaço-tempo de Minkowski é a solução de vácuo espacialmente plana, homogênea e isotrópica das Eqs. de Einstein. Com efeito, tal espaço-tempo descreve localmente bastante bem o espaço-tempo em regiões com baixa densidade de matéria.

Apesar de não podermos esperar que a validade da teoria possa ser extrapolada para além da escala de Planck, a gravitação semi-clássica já tem antecipado efeitos de origem puramente quântica em gravitação, tal como a radiação Hawking sobre a qual voltaremos a falar mais adiante. Chamamos de escala de Planck à escala de  $L = \sqrt{\hbar G/c^3} \approx 10^{-33} \text{cm}$ ,  $T = \sqrt{\hbar G/c^5} \approx 10^{-44} \text{s}$  e  $M = \sqrt{\hbar c/G} \approx 10^{-5} \text{g}$ .

A primeira dificuldade na formalização de tal teoria já pode ser vista antes dos campos serem quantizados. Assim como o campo electromagnético é descrito a nível clássico por meio das equações de Maxwell, um campo escalar real não massivo  $\phi$  é descrito pela equação de Klein-Gordon

$$\square\phi = 0, \quad (4)$$

onde  $\square \equiv \partial_t^2 - \partial_x^2 - \partial_y^2 - \partial_z^2$ . Tanto as equações de Maxwell como a de Klein-Gordon são equações relativísticas, no sentido que estão de acordo com as simetrias do espaço-tempo preditas pela relatividade. Podemos pensar no campo  $\phi$  como descrevendo fótons sem spin. Apesar da Eq. (4) ter solução no espaço de Minkowski, ela não possui solução em espaços mais exóticos. Suponha um espaço-tempo plano com topologia toroidal com lado espacial  $L$  e temporal  $T$  Fig.(18). Então se  $T^2/L^2$  for irracional, a Eq. (4) não admite solução. Fica claro assim que as propriedades do espaço-tempo influenciam na construção das possíveis teorias de campo mesmo a nível clássico. Felizmente, para a maior parte dos espaços-tempos fisicamente relevantes, as equações que descrevem os campos clássicos possuem solução.

Assumindo que a equação de campo possua solução, devemos nos perguntar como extrair o conteúdo de partícula da teoria. Antes de mais nada, devemos afirmar que assim como o conceito de partícula elementar deixa de ser bem definido em certas situações tais como, por exemplo, “durante” um processo de colisão, o conceito de partícula elementar deixa de ser bem definido em espaços-tempos que não possuem certas simetrias temporais. Com

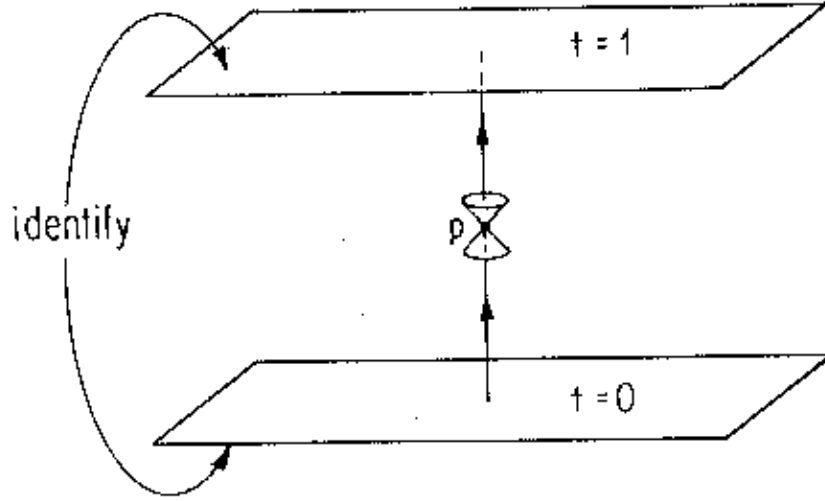


FIG. 18: Espaço-tempo com topologia exótica e conseqüente criação de linhas de tempo fechadas. A generalização do formalismo de teoria quântica de campos para tais espaços-tempos, mesmo que possível, está longe de ser trivial.

efeito, para podermos discernir entre modos de frequência positiva de modos de frequência negativa, i.e. partículas de anti-partículas, é necessário que o espaço-tempo possua aquilo que denominamos de um campo de Killing global tipo tempo. Em tais espaços-tempos podemos definir uma família de observadores para os quais as propriedades geométricas do espaço-tempo não mudam.

Pela definição acima, não é claro como definir o conceito de partícula elementar em espaços-tempos sem alguma simetria temporal que, com efeito, é o caso do Universo em expansão em que vivemos. A despeito disso, experiências típicas que envolvem partículas elementares acontecem num período de tempo tão curto (em relação à expansão do Universo) que, em boa aproximação, podemos assumir que o Universo é estático. Nestes casos podemos falar sem problemas de partículas elementares. Em situações mais gerais, contudo, isso não é possível.

Quando o espaço-tempo tende a Minkowski assintoticamente no passado e no futuro podemos comparar o número de partículas nas regiões assintoticamente planas, e atribuir uma possível criação de quanta à variação do campo gravitacional. Note-se mais uma vez,

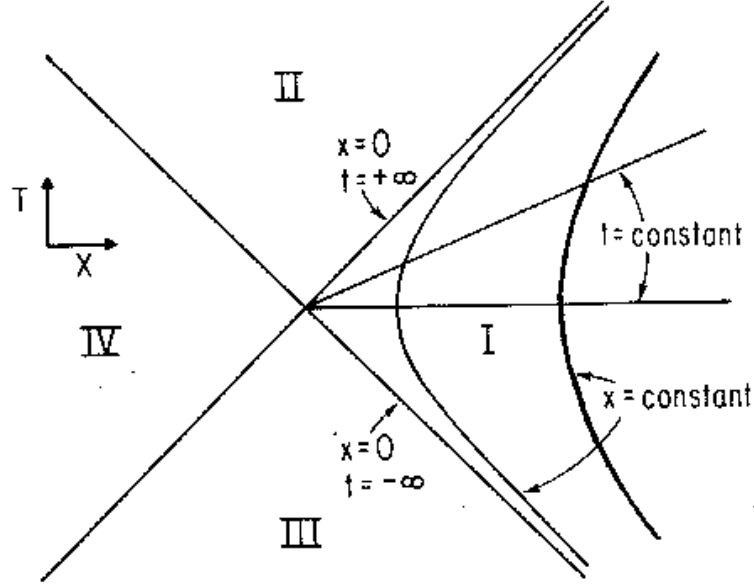


FIG. 19: O quadrante *I* chamado de “Rindler wedge” é o espaço tempo adequado para se fazer teoria quântica de campos com respeito a observadores uniformemente acelerados. Tais observadores são descritos por hipérbolas. Cada hipérbole está associada com um observador com diferente aceleração.

contudo, que mesmo que chegassemos à conclusão que tivesse havido uma criação de  $N$  partículas, continuamos não podendo afirmar nada sobre existência ou não de partículas no período “turbulento” Fig.(17).

Assim como há espaços-tempos nos quais não se pode definir partículas elementares, há espaços-tempos que admitem definições distintas de partícula elementar para uma mesma teoria de campos. Por exemplo, no espaço-tempo de Minkowski há uma maneira óbvia de definir partículas elementares com relação a observadores inerciais, i.e. livre de forças. Por ser o espaço de Minkowski maximalmente simétrico, uma outra definição independente pode ser dada além da anterior, usando-se observadores uniformemente acelerados. Para ilustrarmos esse fato, vamos evocar o chamado *efeito Davies-Unruh*.

Em resumo, o efeito Davies-Unruh diz que um observador acelerado no vácuo de observadores inerciais, deteta um banho térmico de partículas cuja temperatura é dada por,

$$T_U = \frac{\hbar a}{2\pi k_B c}, \quad (5)$$

onde  $a$  corresponde à aceleração própria do observador Fig.(19). Para discutirmos o efeito

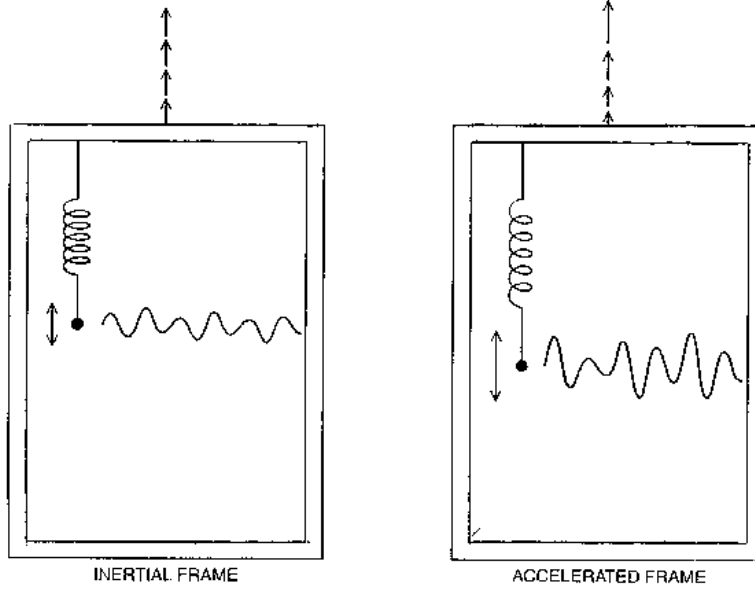


FIG. 20: Observadores uniformemente acelerados no vácuo de observadores inerciais sentem um banho térmico de partículas elementares com temperatura proporcional à sua aceleração.

Davies-Unruh [4] investigaremos brevemente a resposta de um detetor acelerado no vácuo de Minkowski onde usaremos como detetor um sistema de dois níveis, também chamado de detetor de Unruh-DeWitt.

A probabilidade de excitação (*por unidade de tempo próprio*) de um detetor de partículas (escalares sem massa; que são parecidas com fótons mas sem spin) uniformemente acelerado no vácuo de Minkowski em primeira ordem de perturbação, será proporcional a

$$\frac{\Delta E}{e^{\Delta E/k_B T_U} - 1}, \quad (6)$$

onde  $\Delta E$  é a diferença de energia entre os dois estados do detetor. O vácuo de Minkowski é aquele estado quântico onde observadores livres de forças não detectam partículas. É fácil ver que se o detetor está numa trajetória inercial,  $a = 0$ , então (6) se anula como esperado. No entanto, se o detetor possui uma aceleração própria constante  $a$ , a Eq. (6) não se anula Fig.(20). O fator tipo Planck  $[e^{\Delta E/k_B T_U} - 1]^{-1}$  indica que o detetor no seu referencial de repouso sente um banho térmico caracterizado pela temperatura  $T_U$ .

É interessante notar que a excitação do detetor é acompanhada, segundo a descrição feita por observadores inerciais, com a emissão de uma partícula elementar. Isso somente é possível porque o agente que acelera o detetor fornece essa energia. É interessante notar

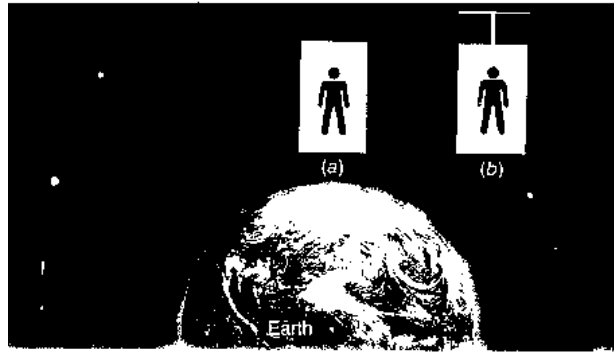


FIG. 21: Princípio de equivalência de Einstein: É impossível distinguir por meio de experimentos locais entre um campo gravitacional uniforme e um referencial não inercial com acelerações idênticas.

também [5] que cada partícula de Minkowski emitida pelo detetor assim como observada no referencial inercial, é descrita pelo observador acelerado como a *absorção* de uma partícula de Rindler presente no banho térmico. As denominações *partícula de Minkowski* e *partícula de Rindler* estão associadas à quantização do campo com respeito aos observadores inerciais e acelerados respectivamente. A observação da depolarização dos feixes de partículas em aceleradores pode ser interpretada no referencial co-acelerado, ao menos em parte, como devida à presença do banho térmico que induziria uma transição no spin [6].

Um outro problema que pode ser entendido completamente neste contexto é a questão se cargas aceleradas irradiam segundo observadores coacelerados [7]. É bem sabido que cargas aceleradas irradiam tal como observado em referenciais inerciais. Classicamente, contudo, havia uma controvérsia sobre se observadores co-acelerados com a carga mediria alguma radiação. Atualmente existe um consenso no contexto clássico de que observadores co-acelerados com a carga não medem qualquer radiação, porque toda ela se dirige a uma região inacessível para estes observadores.

No contexto da mecânica quântica, a investigação destas questões se torna ainda mais interessante, devido ao papel desempenhado pelo banho térmico no qual a carga está imersa em seu referencial de repouso. Claramente, a corrente que descreve a carga no seu referencial de repouso não pode interagir com partículas de energia finita pois é estática. Com efeito, *A emissão de fótons com momento transversal  $k_{\perp}$  assim como visto no referencial inercial,*

*pode ser interpretada como a emissão/absorção de fótons de Rindler de energia nula com o mesmo momento transversal  $k_{\perp}$  para/do banho térmico de Davies-Unruh no qual a carga está imersa em seu referencial de repouso.*

Com respeito à mensurabilidade dos fótons de Rindler de energia nula, notamos que apesar de carregarem momento transversal finito, fótons de Rindler emitidos pela carga não são detetáveis. Isso se deve não apenas ao fato de que existem infinitos fótons de energia nula no banho térmico, mas também porque a taxa de emissão e absorção destas partículas é a mesma e o banho não sofre disrupção (i.e.,  $|n\rangle \rightarrow |n+1\rangle$  tem a mesma taxa de transição de  $|n+1\rangle \rightarrow |n\rangle$ .) Esta conclusão está de acordo com a análise feita no contexto clássico de que observadores co-acelerados com a carga não observam radiação.

Em seguida, tratamos da clássica controvérsia associada se deveríamos esperar pelo Princípio de Equivalência que cargas estáticas em campos gravitacionais também estáticos irradiassem [8]. O “paradoxo” pode ser enunciado como segue: *É sabido que cargas aceleradas irradiam com respeito a observadores inerciais. Como radiação pode ser interpretada quantum-mecanicamente em termos de fótons, seria natural esperar que observadores co-acelerados com a carga também observassem radiação. Por fim, usando ingenuamente o Princípio de Equivalência Fig.(21), poderíamos ser levados a concluir que cargas estáticas em campos gravitacionais também estáticos emitem radiação, o que seria inconsistente do ponto de vista de conservação de energia.*

Como já vimos acima, o fato do conceito de partícula elementar ser dependente do observador permite que observadores em co-movimento com uma carga uniformemente acelerada não observem fótons de energia finita sendo irradiados pela carga, ao contrário de observadores inerciais. Entretanto, como já visto, esses observadores co-acelerados atribuem à carga emissão e absorção de fótons de energia nula. É natural então se perguntar se observadores estáticos com uma carga num campo gravitacional também estático podem igualmente atribuir a ela a emissão e absorção de algum tipo de partícula de energia nula. No caso em que uma carga se encontra em repouso fora de um buraco negro de Schwarzschild em equilíbrio termodinâmico com um banho térmico, pode-se mostrar, de fato, que tal carga absorverá e emitirá fótons de energia nula.

Um problema semelhante, mas talvez ainda mais surpreendente diz respeito a prótons acelerados. Segundo o modelo padrão das partículas elementares, prótons inerciais são estáveis o que é corroborado por todas as experiências atuais. Contudo, isso não é verdade

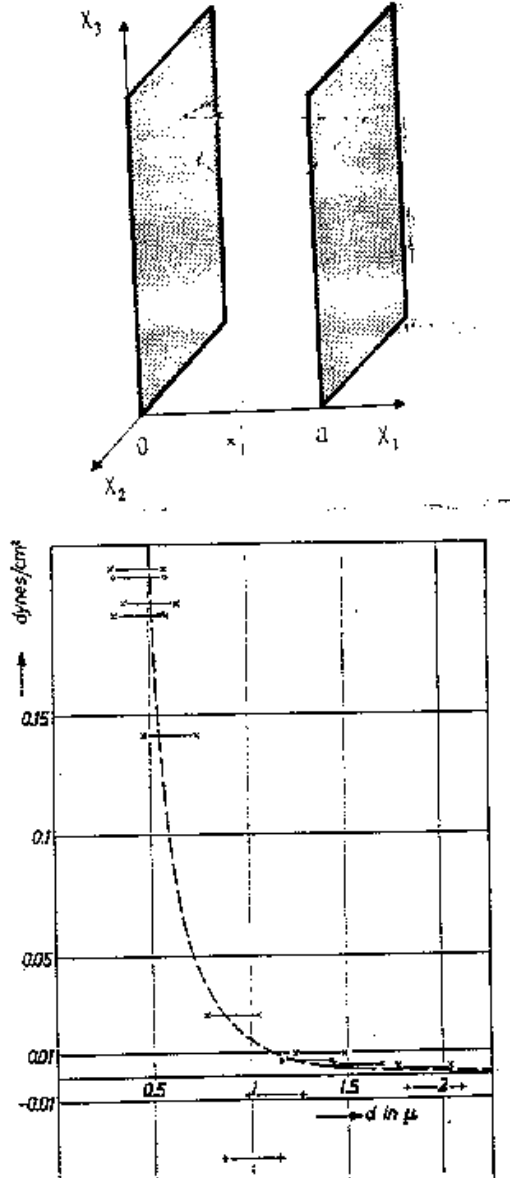


FIG. 22: Efeito Casimir: A polarização de vácuo leva duas placas metálicas paralelas, neutras e com massa desprezível a se atraírem segundo o inverso da quarta potência da distância que as separa.

para prótons acelerados [9]. De fato, o agente acelerador externo é capaz de fornecer a energia necessária para que o próton possa se decompor em partículas mais pesadas seja via interação fraca,  $p^+ \rightarrow n^0 e^+ \nu$ , seja via interação forte,  $p^+ \rightarrow n^0 \pi^+$ . A taxa de decaimento dependerá das condições de aceleração do próton. Essa descrição bastante natural para a desintegração de prótons uniformemente acelerados segundo observadores inerciais parados

no laboratório, não é, contudo, a versão dos fatos segundo observadores co-acelerados com o próton. Isso porque segundo estes observadores o próton estaria em repouso e, sendo assim, não haveria trabalho sendo transferido. Com efeito, a explicação para estes observadores é completamente outra [10]; segundo os observadores uniformemente acelerados, o próton retira a energia necessária para desintegrar absorvendo partículas do banho térmico no qual ele se encontra no seu referencial próprio. Apesar das descrições serem completamente diferentes segundo os dois observadores, eles concordam sobre os observáveis mensuráveis como, por exemplo, o tempo próprio de desintegração. Descrições são uma questão de gosto mas não os valores dos observáveis mensuráveis – e esse vínculo tão óbvio nunca deve ser esquecido.

Já vimos acima que partículas elementares apresentam efeitos altamente não triviais em espaços-tempos arbitrários. Veremos agora que já o estado de nenhuma partícula, i.e estado de vácuo, dá origem a fenômenos inesperados. Começemos nossa discussão com o assim chamado efeito Casimir. Sejam duas placas metálicas e dispostas paralelamente a pequena distância uma da outra Fig.(22). Suponhamos também que estejam eletricamente descarregadas e que tenham massa desprezível, afim de que possamos desprezar quaisquer forças de origem eletromagnética e gravitacional. Como claramente forças nucleares são totalmente irrelevantes nesta situação macroscópica, concluímos classicamente que não há qualquer atração entre as placas. Quanticamente, contudo, a situação é completamente diversa. As placas metálicas, pode-se dizer, perturbam ou polarizam o vácuo. A energia de ponto zero do campo eletromagnético, que na ausência das placas é rigorosamente nula, passa a ter um valor finito entre elas. Com efeito, na presença das placas, a energia do vácuo por elemento de área é

$$V = \frac{\pi^2 \hbar c}{720 d^3}, \quad (7)$$

onde  $d$  é a distância entre as placas. Tomando o gradiente da energia (7), obtemos a força de Casimir de 1948:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}V = \frac{3\pi^2 \hbar c}{720 d^4} \hat{d}. \quad (8)$$

A primeira medida experimental que confirmou esse magnífico efeito foi feita em 1958 nos laboratórios Philips por Sparnaay.

Surge então uma questão bastante natural: Poderiam a curvatura e/ou topologia do espaço-tempo perturbar a flutuação do vácuo quântico, assim como vimos placas metálicas

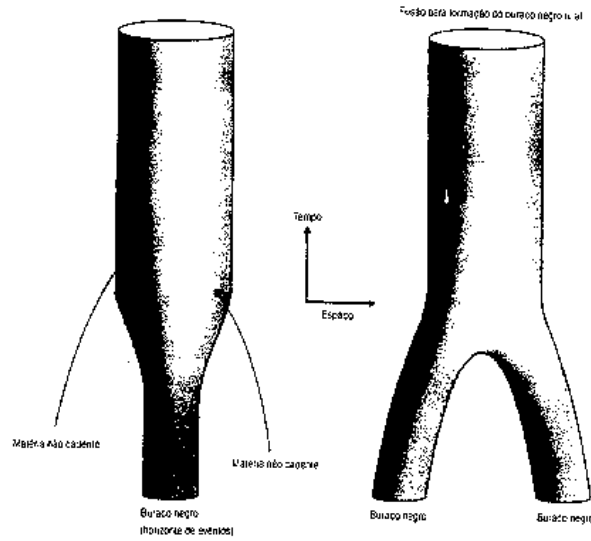


FIG. 23: Segundo a relatividade geral, que é uma teoria clássica, buracos negros são indestrutíveis e a soma total das áreas de seus horizontes de eventos nunca decresce. Ingredientes quânticos mudaram sensivelmente este cenário.

serem capazes de o fazer? Em caso afirmativo, a densidade de energia do vácuo dada pelo valor esperado no vácuo do tensor de energia-momento  $\langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle$  seria diferente de zero influenciando por sua vez na geometria do espaço-tempo. A maneira mais natural de se introduzir correções semi-clássicas na métrica é obtida modificando-se as equações de Einstein para

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} \langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle. \quad (9)$$

Para campos livres, por exemplo, o lado direito de (9) é de ordem  $\hbar$ , o que evidentemente induz correções quânticas na métrica da mesma ordem. Note que sendo  $\langle T_{\mu\nu} \rangle \equiv \langle 0|T_{\mu\nu}|0\rangle$  de origem quântica, o valor esperado no vácuo do tensor de energia momento não precisa satisfazer as condições clássicas de positividade de energia, usadas na maior parte dos teoremas de singularidade deduzidos por Hawking e Penrose via técnicas globais. Isso permite a evasão de importantes resultados por eles demonstrados no contexto clássico, assim como veremos a seguir.

Como já dissemos, buracos negros são regiões no espaço-tempo que produzem campos

gravitacionais tão intensos que nem mesmo raios de luz podem escapar de seus interiores. No final da década de 60, Hawking e Penrose mostraram que buracos negros, uma vez formados, não podem ser destruídos ou bifurcados. Finalmente em 1971 Hawking provou sob certas condições que a soma total da área dos buracos negros nunca decresce Fig.(23).

A área do horizonte de eventos associado a um buraco negro de Kerr-Newmann (i.e, caracterizado por sua massa  $M$ , momento angular  $J$  e carga elétrica  $Q$ ) é dada por [11] ( $G = c = 1$ )

$$\mathcal{A} = 4\pi \left[ 2M^2 - Q^2 + 2M(M^2 - Q^2 - J^2/M^2)^{1/2} \right]. \quad (10)$$

É interessante inverter a Eq. (10) para isolar a massa

$$M^2 = \frac{\mathcal{A}}{16\pi} + \left( \frac{4\pi}{\mathcal{A}} \right) \left( J^2 + \frac{Q^4}{4} \right) + \frac{Q^2}{2}. \quad (11)$$

Diferenciando (11) obtemos

$$dM = \frac{\mathcal{K}}{8\pi} d\mathcal{A} + \Omega dJ + \Phi dQ, \quad (12)$$

que relaciona a diferença de massa entre dois buracos negros com pequenas diferenças de área, momento angular e carga elétrica. A gravidade superficial é definida por

$$\mathcal{K} = 4\pi \frac{[M^2 - Q^2 - J^2/M^2]^{1/2}}{\mathcal{A}}, \quad (13)$$

a frequência angular por

$$\Omega = \frac{4\pi J}{M\mathcal{A}} \quad (14)$$

e o potencial elétrico sobre o horizonte de eventos por

$$\Phi = \frac{4\pi Q}{\mathcal{A}} \left[ M + \sqrt{M^2 - Q^2 - J^2/M^2} \right]. \quad (15)$$

A semelhança entre a Eq. (12) e a forma diferencial da primeira lei da termodinâmica nos faz associar a  $\mathcal{K}/8\pi$  uma grandeza tipo temperatura, e à área  $\mathcal{A}$  uma grandeza tipo entropia [12]. Note-se que, segundo o teorema de Hawking, a área total de todos os buracos negros nunca decresce, em perfeita analogia com a entropia total de um sistema termodinâmico fechado. Antes de 1974, tudo isso parecia apenas uma grande coincidência [13]:

“It should however be emphasized that  $\mathcal{K}/8\pi$  and  $\mathcal{A}$  are distinct from the temperature and entropy of the black hole. In fact the effective temperature of a black hole is absolute zero.”

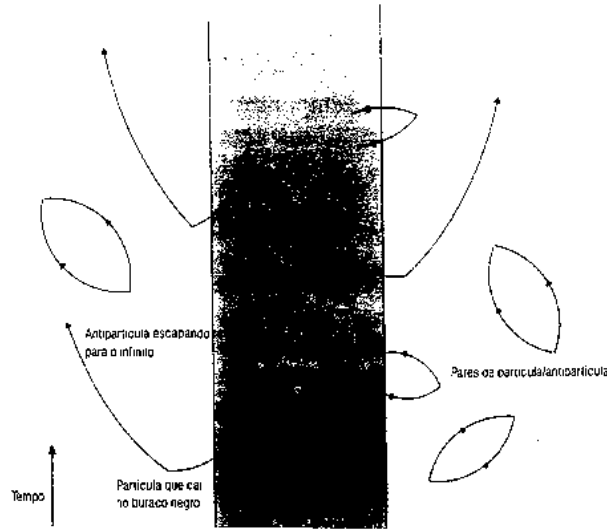


FIG. 24: Flutuações no vácuo levam a uma energia de ponto zero negativa que permite evadir os teoremas de indestrutibilidade de buracos negros mostrados por Hawking. Com efeito buracos negros devem evaporar pela emissão quasi-térmica de partículas elementares com espectro caracterizado por uma temperatura (assim como medida assintoticamente) inversamente proporcional à massa do buraco.

O próprio Hawking, contudo, um ano depois, ao estudar a quantização de campos no espaço externo ao de estrelas colapsando mostrou que buracos negros irradiam com uma temperatura

$$T = \mathcal{K}/2\pi, \quad (16)$$

assim como observado no infinito e fica associada uma entropia ao buraco negro de

$$S_{bn} = \mathcal{A}/4. \quad (17)$$

Especificamente no caso de Schwarzschild

$$kT = \hbar c^3/8\pi GM$$

e

$$S_{bn} = 4\pi GM^2/\hbar c .$$

Assim quanto menor o buraco negro, maior sua temperatura e mais rápida sua evaporação [14] Fig.(24).

Foi com enorme surpresa que este resultado foi recebido, pois ao contrário do que previsto classicamente, buracos negros poderiam eventualmente evaporar até seu possível desaparecimento. Com efeito, os teoremas que provavam a indestrutibilidade dos buracos negros puderam ser contornados graças ao fato que o valor da densidade de energia do vácuo quântico ao redor do buraco é negativo o que não era considerado classicamente.

Outras conseqüências marcantes são: (i) a violação de algumas leis de conservação e (ii) a generalização da segunda lei da termodinâmica. Suponha que uma estrela com número leptônico (bariônico) não nulo colapse em um buraco negro. Pelos teoremas de no-hair, não somente a informação sobre estes números quânticos será perdida, como também haverá explícita violação destes números devido à radiação térmica na qual o buraco evapora. A segunda lei da termodinâmica, por sua vez, passa a ter o seguinte enunciado: Em qualquer processo físico,  $\delta S' \geq 0$ , onde

$$S' = \sum S_{matéria} + \sum S_{bn},$$

onde  $S_{matéria}$  é a entropia termodinâmica usual externa aos horizontes de eventos e  $S_{bn}$  é a entropia associada aos buracos negros.

A existência de um mecanismo no qual buracos negros evaporam levando possivelmente ao seu desaparecimento foi uma predição notável [15] e mudou completamente o conceito de indestrutibilidade que a teoria clássica conferia aos buracos negros. (Os estágios finais da evaporação de buracos negros tem sido fonte de especulação. Não é claro se buracos evaporam completamente ou se permanece alguma estrutura estável ao final. Apenas uma teoria quântica completa da gravitação poderia trazer uma resposta.) Isso levou muitos pesquisadores a analisarem mais cuidadosamente a construção de teorias de campos em diversas variedades não triviais.

O efeito Hawking, por mais surpreendente que possa parecer à primeira vista, possui um análogo em teoria de campos em espaços curvos que já era conhecido desde o final dos anos 60. Este efeito, que parece ter sido mostrado pela primeira vez por Moore, reza que, em geral, espelhos acelerados emitem fótons [16]. Com efeito, isso não deveria surpreender mais do que o fato que elétrons acelerados emitem radiação. Associando grosseiramente a superfície da estrela colapsante ao espelho, não é difícil antecipar que tais estrelas devem emitir alguma radiação. Aquilo que é definitivamente surpreendente, contudo, é que tal emissão é térmica!

A gravitação semi-clássica, assim como preconizado no início, não pretende ser uma teoria completa de gravitação quântica. No entanto, esperamos ter conseguido convencer o leitor da riqueza de informações que ela acrescenta aos nossos conhecimentos de gravitação como um todo. A fórmula para a temperatura com que buracos irradiam consegue agrupar as constantes fundamentais  $G$ ,  $c$ ,  $\hbar$ ,  $k_B$  e talvez acabe sendo o primeiro resultado intrinsecamente quântico observado na gravitação. Apenas o futuro poderá aquilatar com propriedade o quão relevante Teoria Quântica de Campos em Espaços-Tempos Curvos acabará sendo para o desenvolvimento da Física Teórica.

## Agradecimentos

O suporte financeiro ficou parcialmente a cargo do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo.

- 
- [1] S.W. Hawking, G.F.R. Ellis *The Large Scale Structure of Spacetime*, Camb. Univ. Press, Cambridge, England.
  - [2] R.M.Wald, *General Relativity*, (The University of Chicago Press, 1984.)
  - [3] R. Penrose, Riv. Nuov Cim. **1** (número speciale), 252 (1969).
  - [4] S.A.Fulling, Phys.Rev.D **7**, 2850 (1973); P.C.W. Davies, J. Phys. A: Gen. Phys. **8**, 609 (1975); W.G. Unruh, Phys. Rev. D **14**, 870 (1976); L. C. B. Crispino, A. Higuchi e G. E. A. Matsas, Rev. Mod. Phys., **80**, 787 (2008).
  - [5] W.G. Unruh e R.M. Wald, Phys. Rev. D **29**, 1047 (1984).
  - [6] J.S. Bell e J.M. Leinaas, Nucl. Phys. **B212**, 131 (1985).
  - [7] A. Higuchi, G.E.A. Matsas e D. Sudarsky, Phys. Rev. D **45**, R3308 (1992); Phys. Rev. D **46**, 3450 (1992); Phys. Rev. D **5810**, 4021 (1998).
  - [8] L.C.B. Crispino, A. Higuchi e G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **5808**, 4027 (1998).
  - [9] D.A.T. Vanzella e G.E.A. Matsas, Phys. Rev. D **63**, 014010 (2001).
  - [10] G.E.A. Matsas e D.A.T. Vanzella, Phys. Rev. D **59**, 09400 (1999); D.A.T. Vanzella e G.E.A. Matsas, Phys. Rev. Lett. **87**, 151301 (2001).
  - [11] L. Smarr, Phys.Rev.Lett. **30**, 71 (1973).
  - [12] J.D. Bekenstein, Phys. Rev. D **7**, 2333 (1973).

- [13] J.M. Bardeen, B. Carter, e S.W. Hawking, *Commun. Math. Phys.* **31**, 161 (1973).
- [14] F. Halzen, E. Zas, J.H. MacGibbon e T.C. Weeks, *Nature* **353**, 807 (1991).
- [15] S.W. Hawking, *Nature* **248**, 30 (1974); S.W. Hawking, *Commun. Math. Phys.* **43**, 199 (1975).
- [16] N.D. Birrell and P.C.W. Davies, *Quantum Field Theory in Curved Space*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1982). S.A. Fulling, *Aspects of Quantum Field Theory in Curved Space-Time*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1989.); G. E. A. Matsas, *Rev. Bras. Ens. Física*, **27**, 137 (2005).