

SISTEMAS COMPLEXOS EM ECONOMIA E BIOLOGIA

Prof. Dr. Gerson Francisco
Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

Resumo

Descreveremos atividades de físicos no estudo das flutuações de taxas, índices e preços de ativos nas economias de mercado. O conjunto dessas investigações tem-se intensificado nos últimos anos e é conhecida por Econofísica. Uma outra área de pesquisa usando métodos desenvolvidos na física e na matemática aplicada é a análise, classificação e modelagem de séries temporais não lineares. Esse tema será abordado no contexto de dados empíricos em finanças e biologia.

Curso de Extensão Universitária-Julho de 2002

PARTE I
ECONOFÍSICA

1. INTRODUÇÃO: PRECIFICAÇÃO DE INSTRUMENTOS FINANCEIROS

A FUNÇÃO SOCIAL DOS MERCADOS
FUTUROS E DAS BOLSAS DE VALORES

BACHELIER (1900)

EINSTEIN (1905)

MANDELBROT (1963)

BLACK-SCHOLES (1973)

ARBITRAGE PRICING THEORY (S. Ross, 1976)

ENTRADA DOS FÍSICOS (Final da década de 80)

2. DESCRIÇÃO ESTATÍSTICA DE DADOS FINANCEIROS

OBJETIVO. Descrever as flutuações estatísticas nos preços de ativos, índices e taxas

TEORIA PADRÃO. Assume que os retornos logarítmicos de preços, entre as datas t e $t + \tau$, sejam i.i.d. e estejam distribuídos normalmente:

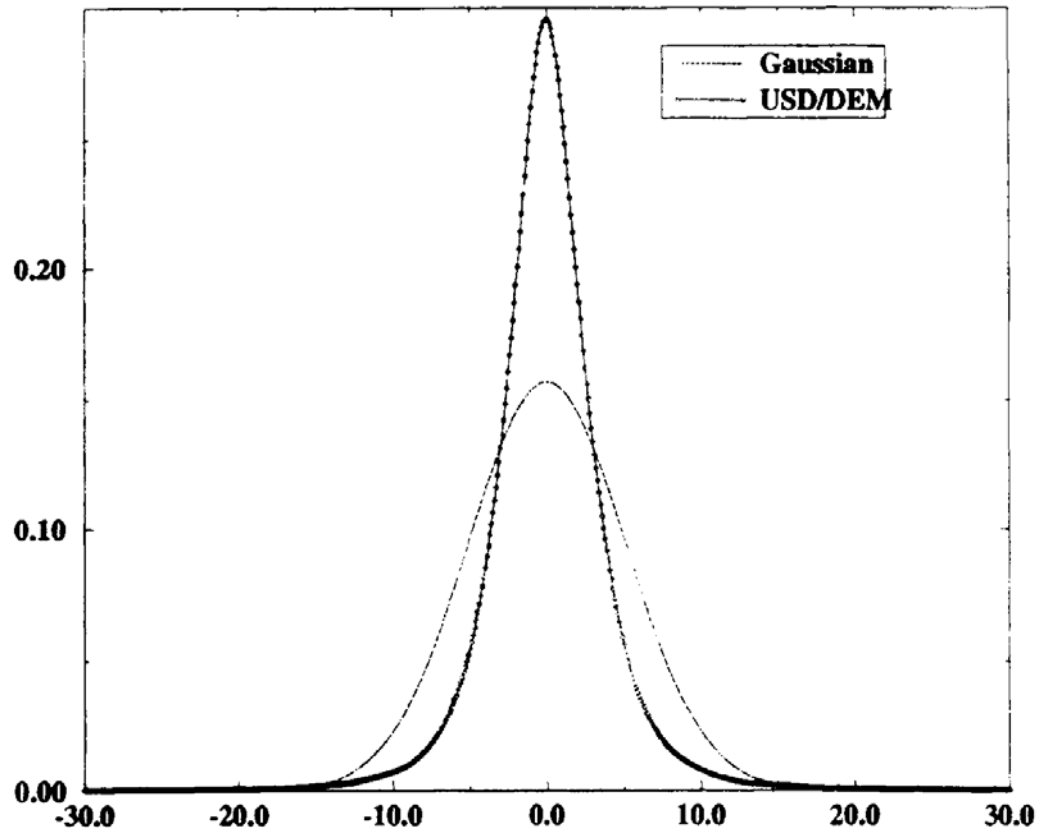
$$r_{\tau}(t) = \log x(t + \tau) - \log x(t)$$

O Teorema Central do Limite fornece a ferramenta matemática para esse tipo de afirmação (Soma de VAs iid possui distribuição Gaussiana; teoria dos erros, etc)

DADOS EMPÍRICOS. A quantidade de dados disponíveis atualmente não confirma a suposição da teoria padrão. A Figura mostra a distribuição dos incrementos nos valores da taxa de câmbio U\$/DM para intervalos $\tau = 5$ minutos. O contraste com a distribuição Gaussiana é claro. Existe um pico pronunciado e a distribuição apresenta cauda mais “pesada” (cauda “gorda” ou *fat tail*) do que no caso Gaussiano; a kurtose é 74 contra 0 para distribuições normais

Density of 5-minute increments

USD/DEM exchange rate futures



Probability density of 5 minute increments of USD/Deutschmark exchange rate futures. The lower curve is a gaussian with same mean and variance.

Outros exemplos onde ocorre desvio em relação à distribuição normal

Taxa de câmbio US\$/Swiss Franc; kurtose=60

Índice SP500; kurtose=16

3. INVARIÂNCIA DE ESCALA E LEIS ESTÁVEIS

GENERALIZAÇÃO DO TCL. Uma propriedade importante das distribuições Gaussianas, que pode ser estendida para situações muito mais gerais, é a *estabilidade*. Diz-se que uma família de variáveis iid possui distribuição estável se a soma delas possuir a mesma distribuição das variáveis individualmente. A família de todas essas distribuições é conhecida por *distribuições estáveis de Lévy*, das quais a Gaussiana é um caso particular. Dessa família somente a Gaussiana possui variância finita. Além disso, não há em geral uma fórmula fechada para essas distribuições.

PROPRIEDADES. A soma de incrementos dos preços pode agora ser descrita por uma distribuição de Lévy. Elas são caracterizadas por um índice de estabilidade $\mu \in (0,2]$. A distribuição Gaussiana possui $\mu=2$ e variância finita. Todas as demais possuem variância infinita, o que dificulta muito o seu uso. A expressão assintótica para a cauda nesse caso é

$$P_{\mu}(s) \approx \frac{C}{(1+s)^{1+\mu}}$$

donde se verifica que o segundo momento diverge. Uma propriedade adicional da família de distribuições estáveis é a invariância de escala do intervalo temporal

$$P_{N\tau}(s) = \frac{1}{\lambda} P_{\tau}\left(\frac{s}{\lambda}\right)$$

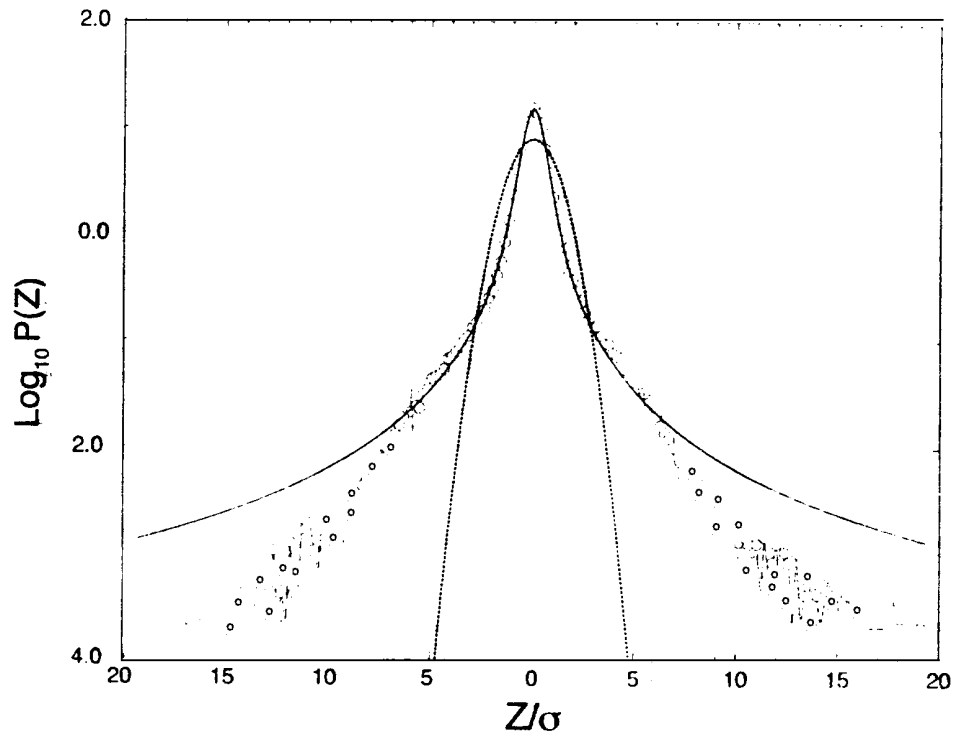
onde $\lambda = N^{1/\mu}$. Essa relação significa que o processo de preços é auto-semelhante (*self-similar*) com um expoente que é o inverso do índice de estabilidade.

4. ALÉM DA INVARIÂNCIA DE ESCALA.

Embora a invariância de escala possa ser observada em alguns mercados, tais como a bolsa de Milão, bolsa de Paris e no índice SP500, isso só ocorre para algumas escalas de tempo, tipicamente menos de 1 semana. Os físicos determinaram, analisando extensas bases de dados, as seguintes propriedades:

- a) auto-semelhança no curto prazo
- b) quebra da invariância de escala no longo prazo
- c) lei de potência na cauda da distribuição
- d) variância finita

Essas propriedades podem ser unificadas numa distribuição de Lévy truncada. Isso requer a introdução de um parâmetro de corte (*cut-off parameter*) onde, para pequenas flutuações, vale a distribuição de Lévy.



Comparison of the $\Delta t = 1$ probability density function for high-frequency S&P 500 price changes with the Gaussian distribution (dotted line) and with a Lévy stable distribution (solid line) of index $\alpha = 1.40$ obtained from the scaling analysis and scale factor $\gamma = 0.00375$ obtained from $P(0)$ measured when $\Delta t = 1$ minute.

PARTE II

SÉRIES TEMPORAIS NÃO LINEARES

5. INTRODUÇÃO: SÉRIES TEMPORAIS NÃO LINEARES

OBJETIVO. Modelagem e previsão de séries temporais empíricas e sua aplicação em finanças, macroeconomia e biologia.

ESTRATÉGIA. Os passos 1 a 3 abaixo visam a preparação para atingir o objetivo. Isso requer o desenvolvimento e implementação de diversos códigos de computador

1. Ferramentas para Diagnóstico
2. Análise
3. Classificação
4. Modelagem
5. Previsão

RESULTADOS (IN)ESPERADOS. Podemos chegar à conclusão que não é possível modelar e muito menos prever coisa nenhuma. Um caso mais tratável são os sistemas determinísticos onde é possível fazer previsão de curto prazo (biologia, e quem sabe algumas séries macro). Sistemas menos tratáveis são os estocásticos não lineares para os quais não há uma metodologia aplicável a todos os casos (como nos sistemas lineares).

6. FERRAMENTAS PARA DIAGNÓSTICO

Estatística BDS
Estatística de Kaplan
Dimensão
Entropia
Complexidade de Lempel-Ziv
Diagramas de Recorrência
Estatística RS
Nível de Previsibilidade
Causalidade

7. ANÁLISE

Parâmetros e Ambigüidades. Pode ocorrer que os diversos parâmetros impliquem em conclusões contraditórias (ninguém disse que ia ser fácil!). Nunca se deve usar um único método para chegar qualquer tipo de conclusão

8. CLASSIFICAÇÃO

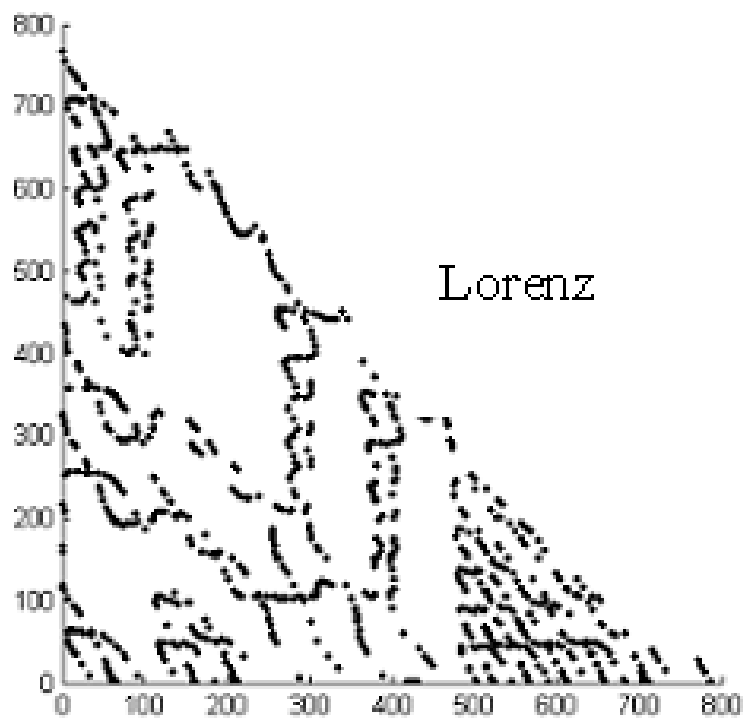
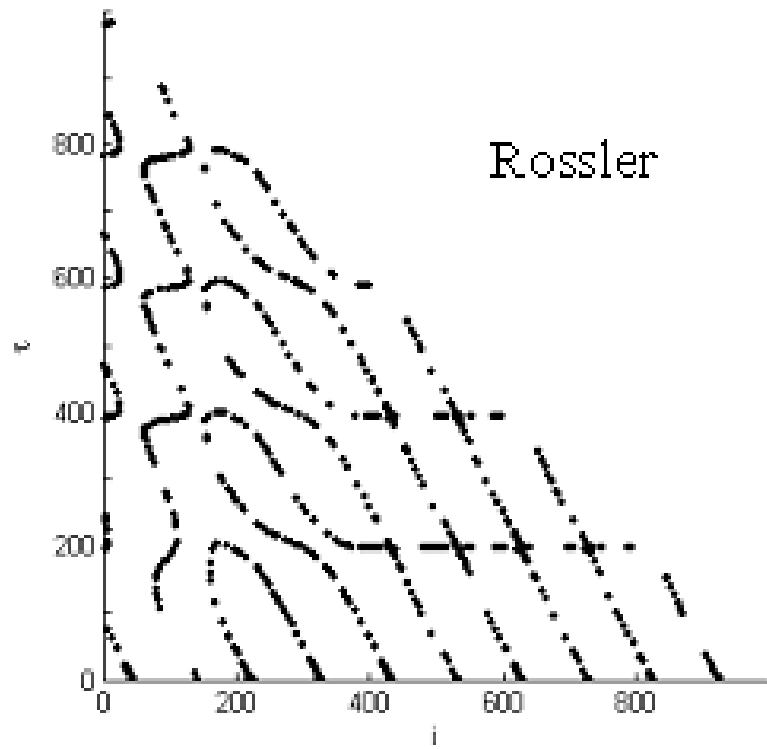
Linear/Não Linear
Determinístico/Estocástico
Estacionário/Não Estacionário
Gaussiano/Não Gaussiano
Sem Memória/Com Memória

9. MODELAGEM

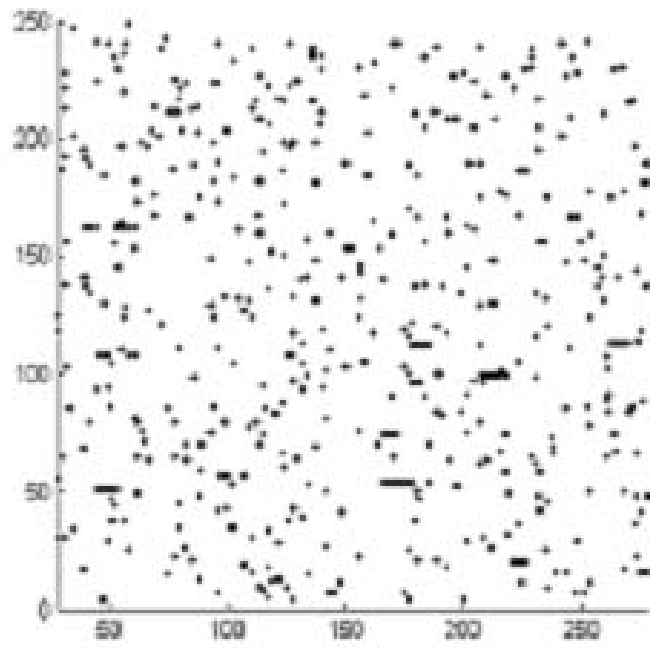
Sistemas Caóticos
Redes Neurais
Cluster Weighted Modelling
Modelagem Estocástica Não Paramétrica

10. PREVISÃO

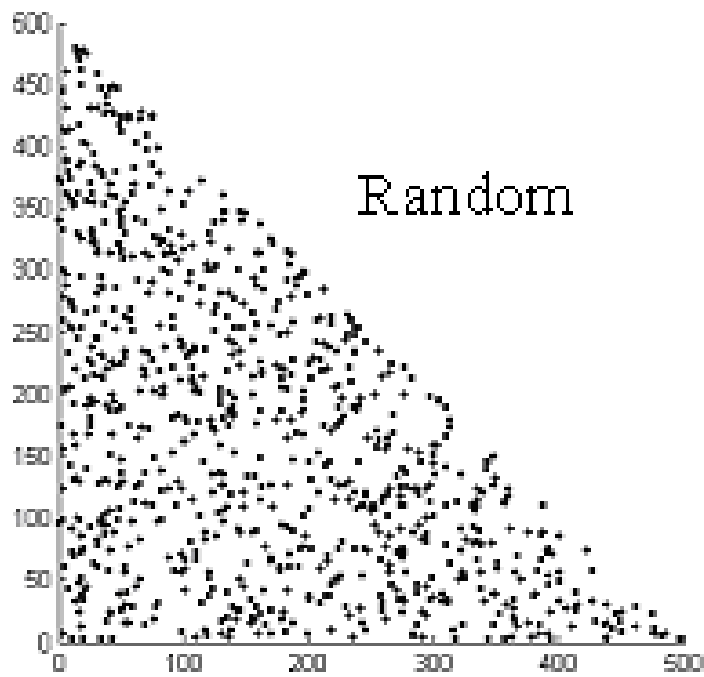
Ainda que se chegue a algum tipo de classificação, a previsão poderá ser inaceitável por vários motivos. O nível de ruído pode ser tão elevado que os métodos de filtragem descaracterizariam completamente o sistema. Além disso, a série empírica poderá ter um tipo de não estacionaridade que não seja possível detectar, e muito menos remover.



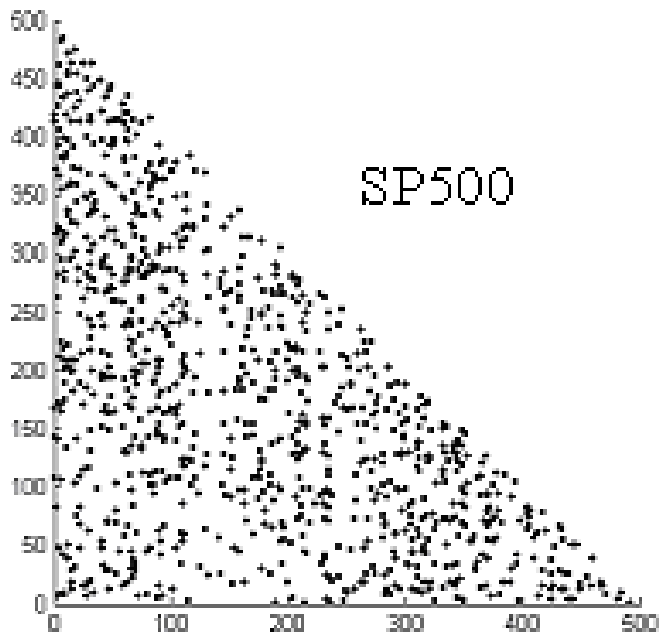
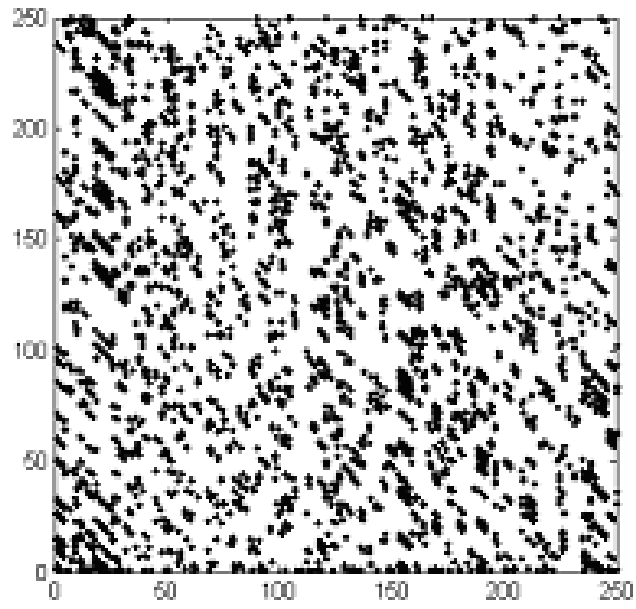
Henon

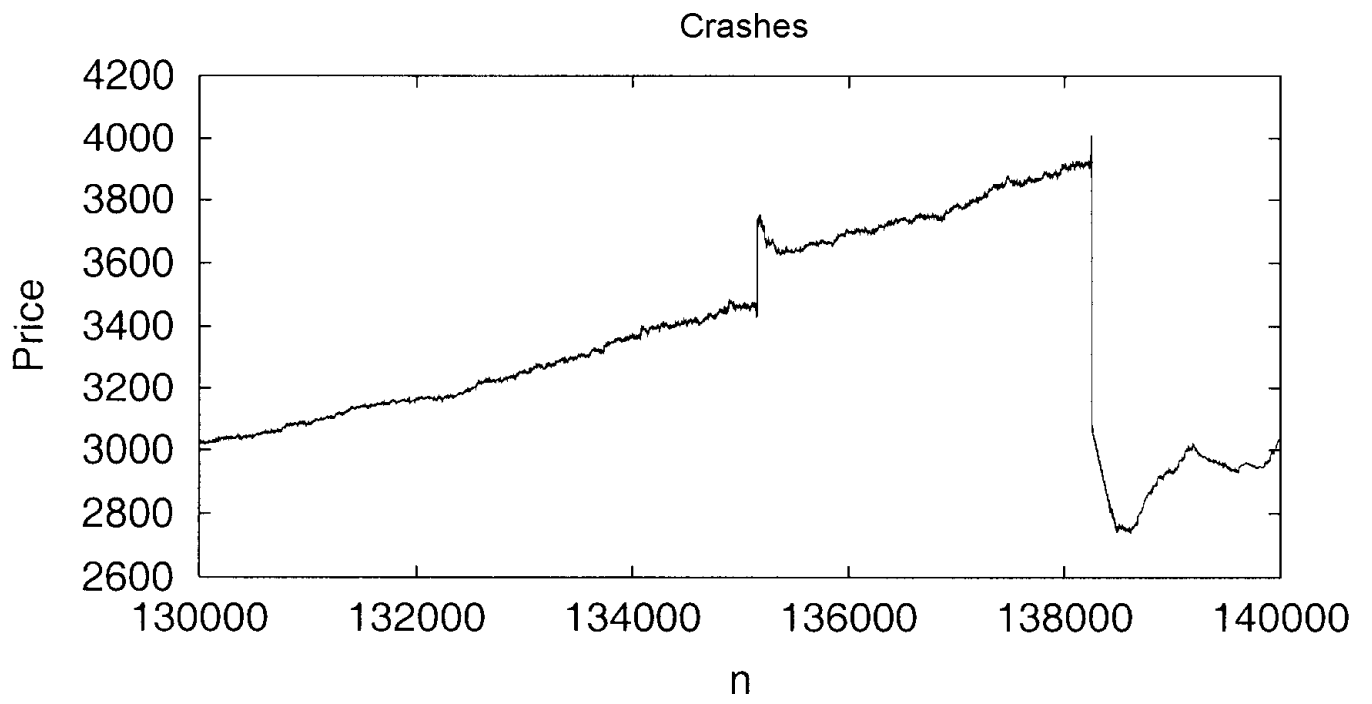


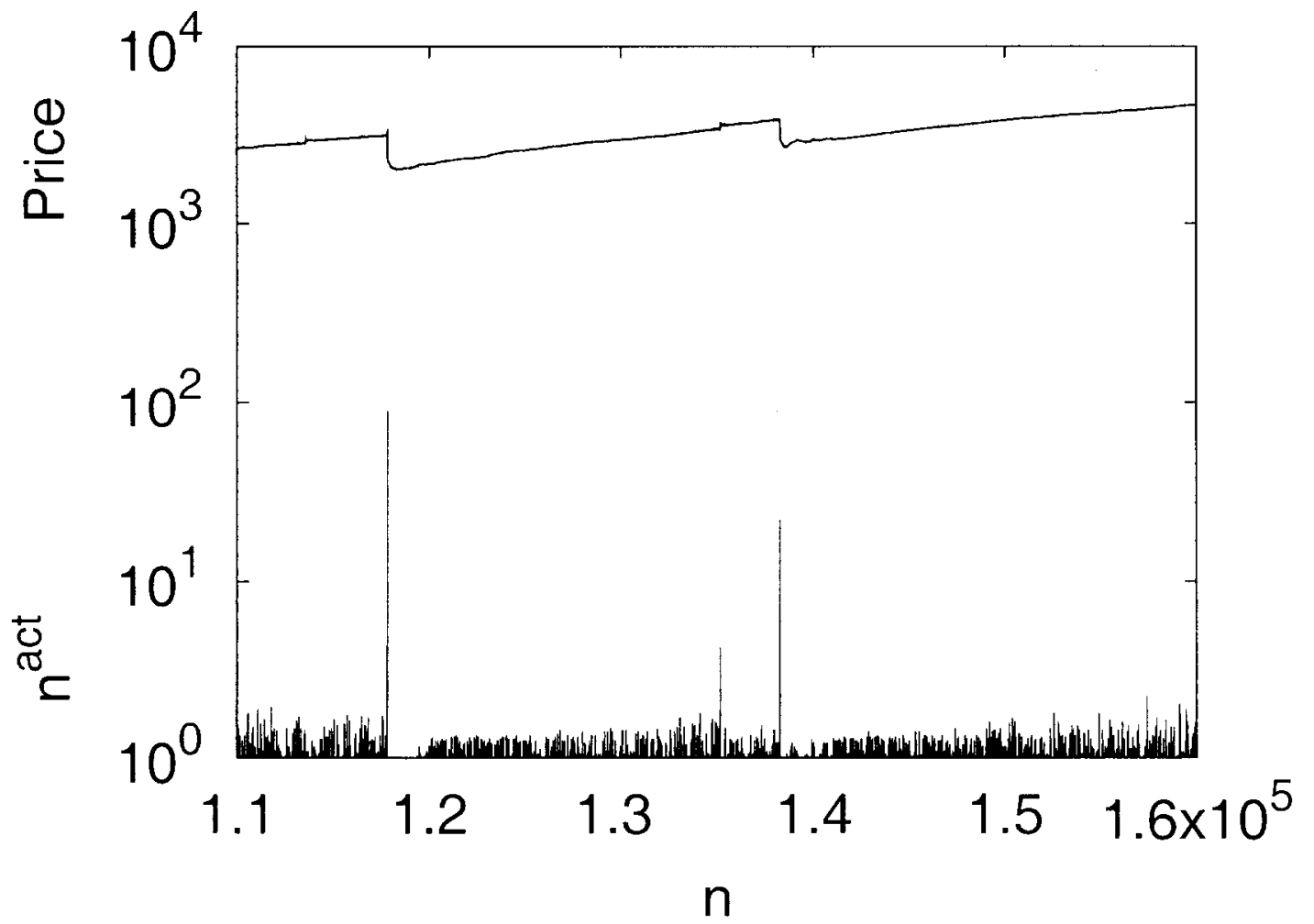
Random

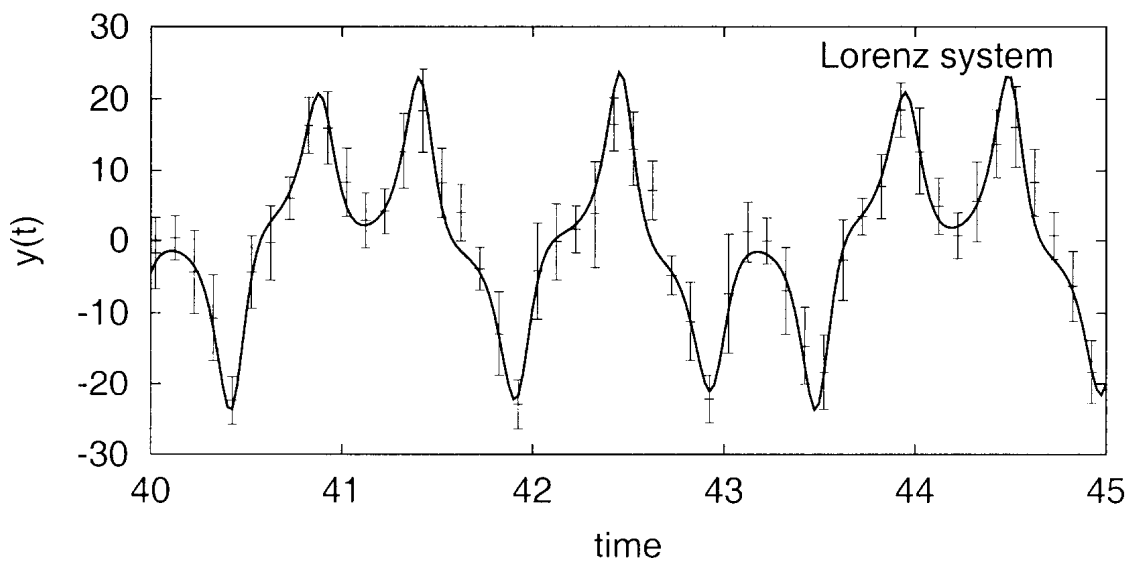
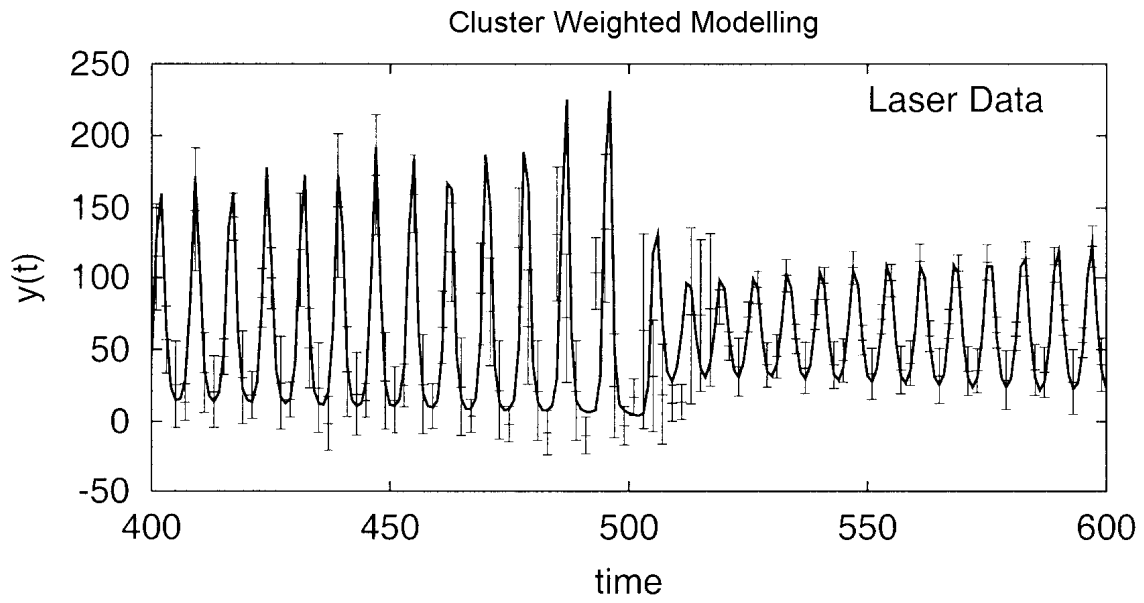


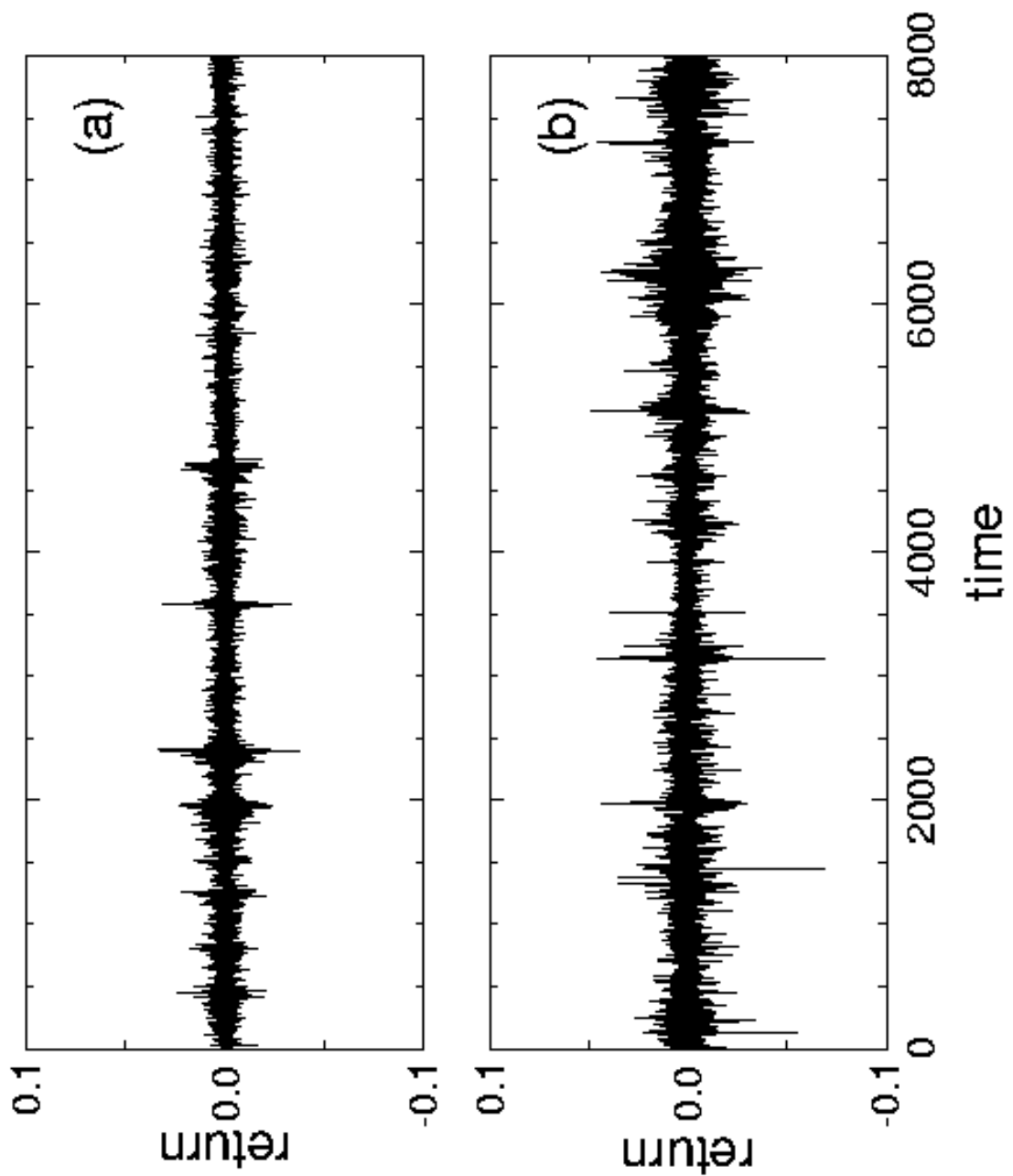
Minority Game



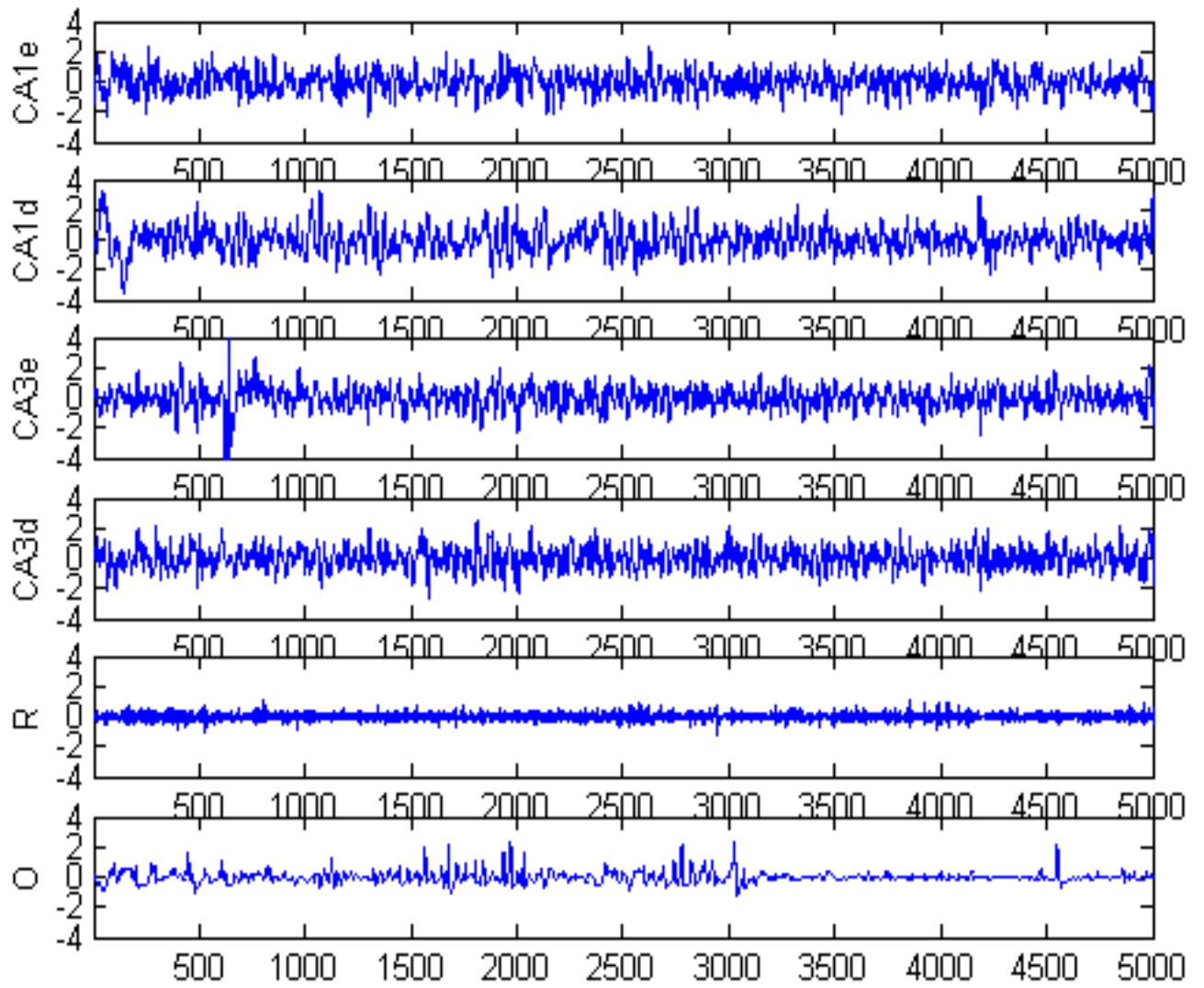








Atividade Eletrica Cerebral



BIBLIOGRAFIA

R. Badii and A. Politi, *Complexity: Hierarchical Structures and Scaling in Physics* (Cambridge University Press, 1999)

J-P. Bouchaud and M. Portters, *Theory of Financial Risks: From Statistical Physics to Risk Management* (Cambridge, 2000)

N. Gershenfeld, *The Nature of Mathematical Modeling* (Cambridge University Press, 2000)

H. Kantz and T. Schreiber, *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge University Press, 1999)

Rosario N. Mantegna and H. Eugene Stanley, *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance* (Cambridge University Press, 2000)