Geometria Diferencial e Mecânica Clássica

Professor responsável: Andrei Yuryevich Mikhaylov

Número de Créditos: 12(doze)

Período: 2º Semestre de 2013

Programa

1. Variedades diferenciáveis
    - (a) Definição e exemplos
    - (b) Espaço tangente
    - (c) Formas diferenciais
        - Formas diferenciais e difeomorfismos
        - Integração
        - Derivada exterior e formula de Stokes
        - Derivada de Lie e a sua relação com a derivada exterior
        - Cohomologia de de Rham

2. Fluxo 1-parametrico
    - (a) Definição e relação com a teoria das equações diferenciais ordinárias
    - (b) Grupo de difeomorfismos
    - (c) Correspondência entre campos vetoriais, fluxos, e operadores diferenciais lineares

3. Grupos e álgebras de Lie
    - (a) Definição de Grupo de Lie e o papel deles na Física Teórica
    - (b) Álgebras de Lie
        - Relação entre álgebras de Lie e grupos de Lie
        - Álgebras de Lie abstratos
        - Álgebras de campos vetoriais; interpretação algébrica da derivada exterior
    - (c) Espaços homogénicos

4. Princípio de Mínima Ação
    - (a) Ação, princípio variacional, equações de movimento
    - (b) Teorema de Noether

5. Mecânica Hamiltoniana
    - (a) Variedades simpléticas
        - Definição da estrutura simplética
        - Definição da estrutura de Poisson e a sua relação com a estrutura simplética
        - Identidade de Jacobi e a sua interpretação geométrica
    - (b) Derivação do formalismo Hamiltoniano a partir do princípio de Mínima Ação
        - Espaço de fase é o espaço de trajetórias clássicas
        - A forma simplética do ponto de vista do princípio variacional
        - Campos vetoriais Hamiltonianos
    - (c) Geometria do espaço de fase
        - Teorema de Darboux
        - Espaço de fase aumentado e invariantos integrais
        - Transformações canónicas; transformações canónicas que incluem o tempo
        - Estruturas de Poisson degeneradas, folhas simpléticas, redução Hamiltoniana

6. Metodo de Hamilton e Jacobi
    (a) Equações diferenciais quase-lineares
    (b) Equações diferenciais non-lineares
    (c) Estruturas de contato
    (d) Superfícies envelopantes e características
    (e) Interpretação do ponto de visto das transformações canónicas
    (f) Princípio de Maupertuis

7. Sistemas integraveis e suas perturbações
    (a) Teorema de Liouville
    (b) Relação com a teoria de Hamilton e Jacobi
    (c) Prova da teorema de Liouville
    (d) Variaveis de ação: prova da existência
    (e) Variaveis de ação: construção
    (f) Invariantos adiabáticos
    (g) Teoría de perturbações; discução da teoria KAM

3 Demais informações

Number of credits: 12 (4 mêses)

4 Bibliografia

Nós vamos usar o livro do V.I.Arnold "Mathematical methods of classical mechanics", mas com muito preocupação. Este livro é escrito para matemáticos.
Para que usá-lo no ensino da Física Teórica, tive que modificá-lo consideravelmente.
Principalmente, o curso dele tem os problemas seguintes:

1. O objetivo (quase principal) dele é desenvolver a Mecânica Clássica para usá-la como a ferramenta para provar teorémas matemáticas. Nós não temos aquele objetivo, temos outros objetivos
2. As vezes, ele introduze os objetos do jeito "axiomático", sem nenhuma lógica. No ensino da Física Teórica, nós temos que seguir a lógica interna da nossa disciplina, sempre explicando de onde as coisas vêm
3. Acho que as vezes, as provas dele são demais complicadas; isso pode ser necessário no ensino matemático, para conseguir o rigor absoluto; nós não temos tal objetivo.

Acho que consegui, pelo menos parcialmente, corrigir estas faltas.
Nós vamos também usar algums capítulos do outro livro dele que se chama "Ordinary differential equations".
Também vamos usar algums capítulos do livro: S.P.Novikov "Modern geometry: Methods and Applications".